# Die Quark-Struktur der Nukleonen

D I S S E R T A T I O N

Zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
KURT BRÄUER
aus Geislingen (Steige)
1985

UNIV.
LIBRARY
BSL.

# Die Quark-Struktur der Nukleonen

D I S S E R T A T I O N

Zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
KURT BRÄUER
aus Geislingen (Steige)
1985

| | |
|---|---|
| Tag der mündlichen Prüfung: | 24. Januar 1985 |
| Dekan: | Prof. G. Staudt |
| 1. Berichterstatter: | Prof. A. Fäßler |
| 2. Berichterstatter: | Prof. K. Wildermuth |
| 3. Berichterstatter: | Prof. D. Drechsel |

# ABSTRACT

BRÄUER, KURT

DIE QUARK-STRUKTUR DER NUKLEONEN

Es wird die Zweckmäßigkeit des Nichtrelativistischen Potentialmodells zur Beschreibung der Quarks in Nukleonen begründet und das Modell ausführlich vorgestellt. Praktische Anwendungen sind einige Beiträge zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, die aus der Quark-Struktur der Nukleonen resultieren. Das sind insbesondere der Quark-Gluon-Austausch und der Quark-Pion-Austausch zwischen Nukleonen. Die Einflüsse dieser Wechselwirkungen auf die S- und P-Streuung der Nukleonen werden im Rahmen der 'Resonating Group Methode' berechnet. Ferner untersuchen wir die Änderung der Quark-Struktur, wenn sich zwei Nukleonen sehr nahe kommen. Die Wechselwirkung der Nukleonen durch Quark-Gluon-Austausch bewirkt eine Vergrößerung des Nukleonen-Radius und eine Verschiebung der Quark-Impulse zu kleineren Werten. Auf dieser Basis wird die Impulsverteilung der Quarks in Atomkernen berechnet und eine natürliche Erklärung des EMC-Effekts angegeben. Die Abstandsverteilung von Nukleonen und deren Fermi-Bewegung werden dazu im Schalenmodell berechnet. Dann stellen wir weitere Betrachtungen im Zusammenhang mit der Flavor'-Symmetrie, dem Kollaps der Nukleonen und der Eigenschaft von Sechs-Quark-Bags an. Insgesamt zeigt sich, daß im Potentialmodell die unterschiedlichsten Effekte der Quark-Struktur von Nukleonen auf anschauliche Weise überraschend gut beschrieben werden können.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546515_0113

# Danksagung

An erster Stelle bedanke ich mich bei meinen Eltern und bei meiner Familie, die durch persönlichen Einsatz die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht haben. Meine Eltern waren mit finanzieller Unterstützung zur Stelle, als Sozial-Leistungen des Staates gekürzt oder eingestellt wurden. Meine Frau ist auch während Phasen sehr intensiver Arbeit zu mir gestanden.

Ganz besonders bedanke ich mich bei Prof. Amand Fäßler für die außergewöhnliche Unterstützung während meiner ganzen Doktoranden-Zeit. Zum einen hat er mich durch seine besonderen pädagogischen Fähigkeiten und seine physikalische Denkweise zu vielen Arbeiten motiviert und bei vielen Problemen weitergeholfen. Zum anderen hat er mir die Möglichkeit zur Zusammenarbeit mit hervorragenden Physikern vermittelt und den Besuch verschiedener Konferenzen ermöglicht. Auch wurde ich als sein Mitarbeiter zu vielen Vorträgen auf internationalen Konferenzen oder an Instituten eingeladen. Insgesamt hat er mir dadurch mehr als physikalisches Wissen und die Fähigkeit zu wissenschaftlichem Arbeiten auf meinen weiteren Lebensweg mitgegeben.

Ich bedanke mich bei Prof. Karl Wildermuth für sein großes Interesse an meiner Arbeit und für viele Diskussionen, die unter anderem auch auf grundsätzliche Probleme der Quantenmechanik führten.

Ich bedanke mich bei den Mitgliedern unserer Quark-Arbeitsgruppe: F.Fernandez, S.Furui, E.Henley, K.Shimizu, G.Strobel und Z.Y.Zhang. Die Zusammenarbeit fand immer auf einer freund-

schaftlichen Basis statt und hat mir viel Freude bereitet. Ohne Ihre Mitarbeit wäre keine so umfassende Beschreibung der Quark-Struktur von Nukleonen entstanden.

Ich bedanke mich bei weiteren Gruppen- und Instituts-Mitgliedern, insbesondere bei P.Czerski, W.Dickhoff, K.Hahn, H.Müther, P.Rath, E.Schmid, und G.Spitz. Wir haben viele Gespräche und Diskussionen über spezielle und allgemeine Fragen geführt und es konnten auf diese Weise viele Probleme auch in Bezug auf die vorgelegte Arbeit gelöst werden.

# Inhaltsverzeichnis


| | | |
|---|---|---|
| I. | Vorwort | 5 |
| I.1 | Geschichte der Quark-Physik | 7 |
| I.2 | Quanten-Chromo-Dynamik | 9 |
| I.3 | Quarkmodelle | 13 |
| I.4 | Inhaltsübersicht | 15 |
| II. | Das Potentialmodell | 17 |
| II.1 | Wellenfunktionen | 18 |
| II.2 | Wechselwirkung | 20 |
| II.3 | Berechnung der Matrixelemente | 26 |
| II.4 | Modell-Parameter | 28 |
| III. | Streurechnungen | 31 |
| III.1 | Generator-Koordinaten-Methode | 32 |
| III.2 | Quark-Gluon-Austausch | 35 |
| III.3 | Quark-Gluon-Meson-Austausch | 38 |
| IV. | Quarks in Atomkernen | 40 |
| IV.1 | Tief Inelastische Parton Streuung | 42 |
| IV.2 | Größenänderung der Nukleonen | 47 |
| IV.3 | Quarkimpulse im Atomkern | 49 |
| IV.4 | Parameter und Ergebnisse | 52 |

V. Weitere Untersuchungen 56

V.1 'Flavor'-Symmetrie im Boson-Austausch 56
V.2 Kollaps der Nukleonen 58
V.3 Sechs-Quark-Bags 60
V.4 'up'-'down'-Massenunterschiede 62
V.5 Verbesserungen und Ausblick 64

Schlußwort 70

Anhang I 72
Anhang II 81
Anhang III 83
Anhang IV 85

Literaturhinweise 87

Figuren 90

# VORWORT

Wie schon wiederholt in der Vergangenheit, so hat auch heute die Physik einen unglaublichen Einfluß auf die Gesellschaft. Die technischen Entwicklungen auf den Grundlagen der Quantenmechanik haben zu einer Halbleiter-Technologie geführt, die in absehbarer Zeit unser Leben sehr verändern wird. Diese Bedeutung der Physik ist ein wesentlicher Grund für die enormen finanziellen Unterstützungen von staatlicher Seite.

Am Anfang dieser folgenreichen Entwicklungen stehen jedoch immer Grundlagenforschungen, die aus einer ganz anderen Motivation heraus betrieben wurden. Der Mensch versucht, das eigene Sein und das seiner Umwelt zu verstehen. Dieser archetypische Drang erklärt die enormen Anstrengungen, die unter anderem zu einem durchaus konkreten Verständnis des Urknalls oder der Elementarteilchen geführt haben. Die Physik kann zwar nicht den Sinn, wohl aber das Wesen des Seins erforschen und zur Entwicklung unseres Weltbildes beitragen.

Dieser Aufgabe wird sie allerdings nur gerecht, wenn sie ihre Erkenntnisse in Formen bringt, die einer größeren, interessierten Menge zugänglich sind. Aus der mathematisch-formalen Naturbeschreibung müssen Vorstellungsbilder entwickelt werden, die allgemeinverständlich sind.

Nun soll eine Promotionsarbeit in erster Linie die Fähigkeit zu wissenschaftlichem Arbeiten nachweisen, vielleicht kann sie aber doch auch ein kleiner Schritt in diese Richtung sein. Das Thema 'Quark-Strukturen' umfaßt den Bereich des Mikrokosmos, der mit den derzeitigen experimentellen Mitteln gerade noch erschlossen

werden kann. Die Untersuchung weiterer Substrukturen, wie z.B. in der Präonen-Physik, sind eher hypotetischer Natur. Das zur Beschreibung verwendete Modell ist relativ leicht zu verstehen, zeigt aber bei sehr unterschiedlichen Phänomenen gute Übereinstimmung mit den Experimenten. Deshalb kann davon ausgegangen werden, daß die tatsächlichen Verhältnisse in der Natur vernünftig dargestellt sind.

# TEIL I

## I.1 Geschichte der Quark-Physik:

Am Anfang waren Quarks ein mathematisches Hilfsmittel, mit dem die stetig anwachsende Zahl der an der starken Wechselwirkung teilnehmenden Teilchen (Hadronen) in ein Schema eingeordnet werden konnten. Um 1964 gelang es Murray Gell-Mann und Georg Zweig, die bis dahin bekannten Hadronen gemäß ihren Massen und Quantenzahlen wie Drehimpuls oder Parität in Gruppen zusammenzufassen und Substrukturen, sogenannte irreduzible Darstellungen, zu konstruieren. Damit war es möglich, die Hadronen-Schematas in natürlicher Weise zu erklären. Diese Substrukturen sind zunächst rein mathematische Gebilde, können jedoch physikalisch als Bausteine der Hadronen interpretiert werden.

Diese Bausteine, die Gell-Mann und Zweig fanden, sollten recht ungewöhnliche Quantenzahlen haben, nämlich eine Barionenzahl von 1/3 und Ladungen von 2/3 und -1/3. Da im Experiment nur ganzzahlige Barionenzahlen und Ladungen gefunden werden, wurde ihre physikalische Realität lange angezweifelt. Den Namen Quarks erhielten sie von Gell-Mann unter Bezugnahme auf den Roman 'Finnegans Wake' von James Joyce. In diesem Roman wird die Lebensgeschichte des Herrn Mark beschrieben, dessen drei Kinder 'QUARKS' genannt werden und die oft stellvertretend für Herrn Mark auftreten. Gell-Mann identifizierte also Herrn Mark mit einem Nukleon, das in der Theorie der Hadronen als eine Drei-Quark-Konfiguration in Erscheinung tritt.

Ende der 60er Jahre wurden am Stanford Linear Accelerator (SLAC) Nukleonen mit hochenergetischen Elektronen beschossen und die Ablenkung der Elektronen durch das elektromagnetische Feld in den Nukleonen untersucht. Viele Elektronen wurden gar nicht, manche jedoch recht stark abgelenkt. Das deutet darauf hin, daß die elektrische Ladungsverteilung im Nukleon nicht homogen, sondern auf wenige, annähernd punktförmige Raumbereiche beschränkt ist. Das Nukleon schien also wirklich Konstituenten zu haben und detailierte Analysen der Meßdaten legten gerade die Quantenzahlen der Quarks für sie nahe.

Obwohl damit Quarks experimentell beobachtet worden waren, dauerte es noch mehr als zehn Jahre, bevor die Idee der Quarks auf breiter Basis endgültig anerkannt wurde. Um die Stabilität des neutralen K-Mesons und seinen Zerfall in Myonen durch die Wechselwirkung des neutralen Stromes zu verstehen, führten Sheldon und Glashow 1970 ein neues Quark, das 'Charm'-Quark oder kurz c-Quark ein. Dieses c-Quark wurde vier Jahre später, also 1974, tatsächlich von Ting und Richter unabhängig voneinander in unterschiedlichen Reaktionen nachgewiesen. Im Experiment konnte ein sehr schweres, aber relativ stabiles Meson gefunden werden, das offensichtlich aus einem c-Quark und seinem Antiquark zusammengesetzt war. Dieses Meson bekam den Namen Charmonium und die Bezeichung J/Ψ-Teilchen. Ting und Richter bekamen für ihre Entdeckung 1976 den Nobel-Preis. Sie hatten der Idee der Quarks zum Durchbruch verholfen.

Anfang der 80er Jahre wurde ein neuer, interessanter Effekt der Quark-Physik entdeckt. Wie bei den oben erwähnten Versuchen am SLAC führte die Europäische Muonen Collaboration (EMC) Streuversuche mit hochenergetischen Elektronen und Muonen an Nukleonen durch. Bei diesem Experiment kann der Impulsanteil, den ein Quark vom Gesamtimpuls des Nukleons trägt, bestimmt werden. Die EMC-Gruppe wurde dabei auf den aufregenden

Sachverhalt aufmerksam, daß dieser Impulsanteil eines Quarks kleiner wird, wenn das Nukleon während des Experiments in einem Atomkern eingelagert ist. Offensichtlich werden die Quarks in einem Nukleon von den anderen Nukleonen im Kern beeinflußt. Dieser Effekt verbindet somit die Kernphysik mit der Quarkphysik und stellt ein sehr sensibles Instrument zur Untersuchung von Quark- und Gluon-Strukturen dar.

Sehr aktuell ist der experimentelle Nachweis des t-Quarks im Frühjahr 1984 am CERN. Die Existenz des t-Quarks wurde von den Theoretikern schon lange gefordert, um die Systematik der Quarkfamilien zu vervollständigen. Inzwischen hat sich die Quarkphysik in der Hochenergiephysik und in der Kernphysik vollständig etabliert und es gibt kaum noch kompetente Physiker, die die Existenz der Quarks anzweifeln.

## I.2 Quanten-Chromo-Dynamik:

(oder: Warum brauchen wir Modell-Rechnungen?)

Die Quanten-Chromo-Dynamik (QCD) wird allgemein als die fundamentale Theorie der Quarkphysik angesehen. Die Einführung des Freiheitsgrades 'Farbe' wurde notwendig, um das Pauliprinzip zu erfüllen.

Betrachten wir drei Quarks, die durch einen zunächst unbekannten 'Confinement'-Mechanismus zu einem Nukleon zusammengehalten werden. Es ist anzunehmen, daß sich bei den häufig vorkommenden Hadronen alle drei Quarks in einem Grundzustand befinden, so daß

ihre Ortswellenfunktionen symmetrisch unter Teilchenaustausch sind. Betrachtet man speziell eine $\Delta^{++}$-Resonanz, so erkennt man, daß auch der Quarkgehalt als uuu-Konfiguration und der Spin-Anteil mit s=3/2 vollständig symmetrisch sind. Das Produkt aus Orts-, Spin- und Isospin-Anteil der Gesamtwellenfunktion ist also symmetrisch unter Vertauschung der Quarks. Mit etwas mehr Aufwand läßt sich diese Tatsache auch für das Proton oder das Neutron zeigen.

Nun fordert aber das Pauli-Prinzip, daß sich die Gesamtwellenfunktion für das Nukleon bei Vertauschen von Quarks antisymmetrisch verhält. Aus diesem Grund wurde etwa 1965 von T.Han und Y.Nambu eine sogenannte Pauli-Statistik vom Rang drei diskutiert, die sich jedoch nicht durchsetzen konnte. Fünf Jahre später wurde diese Idee jedoch wieder aufgegriffen und eine neue Quantenzahl, die 'Farbe', für Quarks eingeführt. Es gibt drei Farben und der gesamte Farbanteil eines in der Natur frei beobachtbaren Teilchens ist antisymmetrisch. Damit wurde das Pauli-Prinzip gerettet und gleichzeitig eine mögliche Erklärung dafür gefunden, daß Quarks nicht als freie Teilchen aufzufinden sind.

Nimmt man nämlich an, daß die Anziehung zwischen zwei farbigen Teilchen aufgrund der Farbwechselwirkung mit größerem Relativabstand der Teilchen zunimmt, sind alle farbigen Teilchen in der Natur fest aneinander gebunden. Ungebunden können dann nur Konfigurationen sein, die insgesamt farbneutral, sogenannte Farb-Singuletts, sind.

Für Hadronen wie Nukleonen oder Mesonen hat man also insgesamt zwei Forderungen: ihr Farbanteil soll antisymmetrisch sein und gleichzeitig ein Farb-Singulett bilden. Daraus folgt sofort als fundamentale Eichgruppe dieser Theorie die spezielle unitäre Gruppe $SU_3$. Die Quanten-Chromo-Dynamik ist geboren.

Gruppentheoretische Überlegungen zeigen nun, daß diese $SU_3$ Eichgruppe eine nicht-Abel'sche Struktur aufweist. Das bedeutet, daß es bei der Ausführung von mehreren Drehungen im Farbraum auf die Reihenfolge der Ausführung dieser Drehungen ankommt. Die physikalische Konsequenz dieses 'nicht Abel'sch sein' der Farbgruppe ist eine sehr komplizierte Struktur der entsprechenden Eichbosonen. Das sind die Teilchen, die die Wechselwirkung zwischen farbigen Teichen vermitteln.

Die Eichbosonen der Farbgruppe kleben die Quarks zu Hadronen zusammen und heißen daher Gluonen. Sie müssen selber Farbladungen tragen und vermitteln daher nicht nur die Farbwechselwirkung, sondern nehmen selber an ihr teil. Jedes Gluon kann Gluonen emittieren, so daß die Propagation eines Gluons sehr komplex wird. Mit großer Wahrscheinlichkeit kommt es sogar zur Bildung von insgesamt farbneutralen Gluonstrukturen, die dann physikalische und grundsätzlich auch beobachtbare Teilchen sind, den Glueballs.

Die Selbstwechselwirkung der Gluonen kann nun gerade den 'Confinement'-Mechanismus zwischen den Quarks erklären. Sind zwei Quarks eng beisammen, so kommt die Selbstwechselwirkung der Gluonen weniger zum Zug. Die Farbwechselwirkung wird sehr schwach und wie in der Elektrodynamik Coulomb-artig. Experimentell erscheinen die Quarks dann sogar annähernd frei, was als 'Assymtotic Freedom' bezeichnet wird. Haben die Quarks größere Abstände, kommt die Gluon-Gluon-Wechselwirkung immer mehr zum tragen. Die Feldlinien des Farbfeldes (in Analogie zum elektrischen Feld) bilden sich dann wegen der Farbwechselwirkung der Gluonen mehr und mehr parallel aus, so daß ein Feld ähnlich dem elektrischen Feld zwischen zwei Kondensator-Platten entsteht. Die Kraft zwischen den Quarks wird demnach bei größeren Abständen der Quarks eine linear Funktion des Abstandes. Der Energieaufwand, um zwei farbige Quarkstrukturen auf makroskopische Abstände zu bringen, wird dadurch beliebig

groß: Quarks sind 'confined'.

Das große und bisher noch ungelöste Problem der QCD ist es nun, diesen 'Confinement'-Mechanismus in einem konsistenten, mathematisch-physikalischen Bild zu beschreiben. Beim 'Confinement'-Mechanismus sind Feynman-Diagramme beliebiger Ordnung wesentlich, so daß eine Störungstheorie, wie sie in der Quanten-Elektro-Dynamik (QED) außerordentlich erfolgreich eingesetzt wird, unbrauchbar ist. Neben den Versuchen einer fundamentalen Lösung wird das Problem daher im Augenblick von zwei anderen Seiten angegangen.

Man versucht zum einen, die grundlegenden Eigenschaften der nicht-Abel'schen Eichtheorie QCD auf einem Raum-Zeit-Gitter mit Hilfe von Computern zu simulieren. Diese Methode ist jedoch so aufwendig an Computerspeicher und Rechenzeit, daß bisher verwirklichte Gitter eine räumliche Ausdehnung von nur wenig mehr als einem Qubik-Fermi haben. Damit konnten zum Teil die Vorstellungen vom 'Confinement'-Mechanismus, wie sie oben beschrieben sind, bestätigt werden. Allerdings ist man noch weit davon entfernt, Hadroneneigenschaften, wie Massen, magnetische Momente oder gar die hadronische Wechselwirkung, zu verstehen.

Die andere Methode, zu einem Verständnis von Quark-Gluon-Strukturen zu gelangen, sind Modell-Rechnungen.

## I.3 Quarkmodelle:

Zur Zeit sind drei Hauptgruppen von Quarkmodellen gebräuchlich. Die technisch aufwendigsten, aber auch realistischsten sind die Soliton-Bag-Modelle: Neben Quark- und Gluon-Feldern wird noch das σ-Feld eingeführt. Es repräsentiert eine komplizierte Vakuumstruktur. Die Selbstwechselwirkung des σ-Feldes ist dabei so modelliert, daß zwei verschiedene σ-Erwartungswerte energetisch ausgezeichnet sind. Das ist zum einen der Vakuum-Erwartungswert, zum anderen aber auch das völlige verschwinden des Feldes. Durch die Quark-σ-Kopplung können daher Quarks Höhlen im Vakuum erzeugen, was zur Bildung von Hadronen führt.

Der Vorzug eines solchen Modells ist, daß man eine Beziehung zu den Grundgleichungen der QCD herstellen kann. Dazu muß man jedoch eine große Zahl von Farbfreiheitsgraden annehmen. Für die in der Natur verwirklichte Anzahl von drei Farben ist die Beziehung zur QCD nur näherungsweise gegeben. Ein Nachteil des Modells ist auch, daß das σ-Feld klassisch behandelt wird und Berechnungen wegen des nichtlinearen Charakters der Lagrange-Gleichungen numerisch sehr aufwendig sind.

Als Spezialfall im Soliton-Bag-Modell enthalten, aber eigenständig entwickelt, sind die als Bag-Modelle bekannten Ansätze (z.B. MIT Bag, Cloudy Bag, Little Bag, ...) zu nennen. Der Bag entsteht dadurch, daß man Quarks durch entsprechende Randbedingungen in eine Kugel einschließt. In der können sie sich frei bewegen. Damit erfüllt man die bekannten und bereits erwähnten Grundzüge der QCD, das 'Confinement' und die assymtotische Freiheit der Quarks.

Die Rechnungen zur Bestimmung von Hadronen-Massen, Formfaktoren, magnetischen Momenten u.ä. können relativistisch durchgeführt

werden. Das Problem bei diesem Modell ist, daß die Schwerpunktsbewegung der im Bag eingeschlossenen Quarks nicht oder nur näherungsweise berechnet werden kann. Die entsprechenden Schwerpunktskorrekturen können daher nicht befriedigend durchgeführt werden.

Das erfolgreichste, wenn auch teilweise stark attackierte Modell, ist das nichtrelativistische Potential-Modell der Quarks. Die Beschreibung der Quarkverteilung im Hadron erfolgt durch Harmonische-Oszillator-Wellenfunktionen, so daß die Abseparierung des Hadronen-Schwerpunkts sehr einfach wird.

Kritisiert wird im wesentlichen, daß die Bewegung der Quarks nichtrelativistisch beschrieben ist. Da in der Tat die kinetische Energie der Quarks in diesem Modell sehr nahe bei der Quarkmasse liegt, ist eine nichtrelativistische Näherung kritisch.

Auf der PANIC-Konferenz 1984 in Heidelberg nahm G.Karl zu diesem Punkt etwa in folgender Weise Stellung: "Es ist besser, für die richtigen Freiheitsgrade eine Näherung in Bezug auf die Geschwindigkeit zu machen, als die falschen Freiheitsgrade bei der richtigen Geschwindigkeit zu behandeln". Mit den falschen Freiheitsgraden spielte er dabei auf die Schwerpunktsbewegungen an, die nicht in den Bag-Modellen, wohl aber im nichtrelativistischen Potential-Modell ausgeschalten werden können.

Der Erfolg des Modells in vielen Berechnungen der Hadronenmassen, Formfaktoren und magnetischen Momenten unterstützt dabei seine Aussage. Die hier vorgelegte Arbeit wird zeigen, daß darüber hinaus auch der Einfluß der Quarkstrukturen auf die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung und auf das Verhalten von Nukleonen in Atomkernen sehr gut untersucht werden kann und daß sich sehr interessante Effekte richtig nachvollziehen lassen.

Durch die Abhängigkeit der Quark-Impulsverteilung im Atomkern von der expliziten Form eines 'Confinement'-Potentials scheint in diesem Modell sogar ein Zugang zu gluonischen Freiheitsgraden möglich. Wie G.Karl vertreten daher auch wir den Standpunkt, daß das nichtrelativistische Quarkmodell im Moment das beste Werkzeug darstellt, Quark- und Gluonen-Strukturen in der Natur zu untersuchen und ein Bild dieser Strukturen zu entwickeln, das dann auch hilft, eine entsprechende Beschreibung auf den Grundlagen der QCD abzuleiten.

## I.4 Inhalt dieser Arbeit:

In der hier vorgelegten Arbeit soll zunächst im Teil (II) das nichtrelativistische Potentialmodell näher vorgestellt werden. Dazu gehört die Definition der später verwendeten Wellenfunktionen und der Wechselwirkung. Ein spezieller Punkt dabei ist die Festlegung der Modell-Parameter.

Anschließend im Teil (III) sollen Rechnungen zur Nukleon-Nukleon-Streuung im Quarkmodell beschrieben werden. Dazu ist zunächst eine kurze Diskussion der Generator-Koordinaten-Methode zur Berechnung der Streuphasen notwendig. In zwei getrennten Unterabschnitten soll auf den kurzreichweitigen Anteil und auf eine eher vollständige Beschreibung der Wechselwirkung, die Pionen und $\sigma$-Mesonen einschließt, eingegangen werden. Es wird die Berechnung von S- und P-Wellen beschrieben.

Im Teil (IV) soll das betrachtete Gesamtsystem auf Atomkerne aus-

gedehnt werden. Zum Verständnis des dabei interessanten EMC-Effekts muß zunächst der Streuprozeß hochenergetischer Elektronen an Nukleonen diskutiert und die Strukturfunktion $F_2$ des Nukleons eingeführt werden. Es wird berechnet, wie sich die Nukleonen im Atomkern aufgrund von Quark- und Gluon-Austausch gegenseitig beeinflussen und ihre Quarkstruktur ändern. In einer Schalenmodell-Rechnung wird der Atomkern beschrieben und zusammen mit der Information über die gegenseitige Beeinflussung der Nukleonen die Quarkstruktur von Deutron, Helium und Eisen untersucht. Dabei ergibt sich eine natürliche Erklärung des EMC-Effekts.

Im Teil (V) besprechen wir weitere physikalische Fragen, die im Potentialmodell untersucht werden können. Dazu gehört die Stärke der $\omega$-Meson-Kopplung an das Nukleon und das Problem des Bag-Kollapses. Ein anderer Punkt wird sein, wie die bisherigen Rechnungen verbessert werden können und welche neuen Fragestellungen möglich sind. Dann beenden wir diese Arbeit mit einer abschließenden Zusammenfassung.

# TEIL II

## II. Das Potentialmodell:

Das Potentialmodell wurde für Quarkmodellrechnungen interessant, nachdem De Rujula et al.[1] 1975 in Analogie zur QED eine nichtrelativistische Näherung des Ein-Gluon-Austausch Potentials zwischen Quarks berechnete. Dieses Potential hat exakt dieselbe Abhängigkeit von Ort, Spin und Isospin wie das Potential des Ein-Photon-Austausches der QED und erhielt daher den Namen 'Color-Fermi-Breit-Wechselwirkung'. Der Unterschied zur ursprünglichen Fermi-Breit-Wechselwirkung besteht nur im Farbraum. De Rujula und später Isgur und Karl[2] verwendeten diese Wechselwirkung zur Berechnung einer großen Zahl von Hadronen.

Ab 1978 begann man sich auch für die Wechselwirkung der Nukleonen untereinander aufgrund ihrer Quarkstruktur zu interessieren (De Tar[3] 1978, Harvey[4] und Oka u. Yazaki[5] 1980). Das Interesse galt vor allem der durch Quark- und Gluon-Austausch zwischen den Nukleonen bewirkten kurzreichweitigen Repulsion bei S-Wellen-Streuung.

In Arbeiten von Neutatchin et al.[6] und Faessler et al.[7] wurde ein Mechanismus erkennbar, der die kurzreichweitige Repulsion der Nukleonen bei S-Wellen-Streuung erklären kann. Dieser Mechanismus hängt mit der orbitalen 42-Symmetrie zusammen, worauf in Teil (III) noch kurz eingegangen werden soll. Die Natur dieser kurzreichweitigen Repulsion ist nur in einer dynamischen Rechnung verstehbar, wie sie von Faessler et al.

durchgeführt wurde. Sie ist in der Diplomarbeit von G.Lübeck ausführlich dokumentiert und stellt die eigentliche Grundlage der weiteren Ausführungen dar.

## II.1 Wellenfunktionen:

Wie bereits erwähnt, wird im nichtrelativistischen Potentialmodell der Ortsanteil der Quarkwellenfunktion durch Harmonische Oszillator Wellenfunktionen beschrieben.

$$\phi(\vec{\xi}) = (\pi b^2)^{-3/4} \exp[-\xi^2/2b^2] \qquad (II.1.1)$$

b ist die Oszillatorlänge und steht in direktem Zusammenhang mit dem Nukleonenradius

$$\langle r_N^2 \rangle^{1/2} = (3/2)^{1/2}\, b \qquad (II.1.2)$$

Der gesamte Ortsanteil des Nukleons ist einfach das Produkt dreier Quark-Wellenfunktionen (II.1.1)

$$\Psi_0(1,2,3) = {}^{op}_{os}\diagdown\!\!\diagup_{-1-2-3-}^{---------} \qquad (II.1.3)$$

Es werden keine orbitalen Anregungen erlaubt, da diese mit einer Anregungsenergie von 2hw energetisch ungünstig sind und durch die Projektion auf diese symmetrische Wellenfunktion Probleme mit unphysikalischen van-der-Waals Kräften vermieden werden.

Vom Farb-Anteil der Nukleonen-Wellenfunktion wissen wir bereits, daß er vollständig antisymmetrisch ist und ein Farb-Singulett bildet. Im folgenden genügt es, das Young Tableaux dieses

Anteils zu kennen:

$$\Psi_C(1,2,3) = \begin{vmatrix} \overline{1} \\ \overline{2} \\ \overline{3} \end{vmatrix}_C \qquad \text{(II.1.4)}$$

Der Spin-Isospin-Anteil der Nukleonen ist wiederum symmetrisch. Da die Nukleonen Spin und Isospin 1/2 haben, findet man mit den entsprechenden Clebsh-Gordan-Koeffizienten die Darstellung

$$\Psi_{ST}(1,2,3) = 2^{-1/2} \left[ \begin{vmatrix} \overline{1\,|\,2} \\ \overline{3} \end{vmatrix}_S \times \begin{vmatrix} \overline{1\,|\,2} \\ \overline{3} \end{vmatrix}_T + \begin{vmatrix} \overline{1\,|\,3} \\ \overline{2} \end{vmatrix}_S \times \begin{vmatrix} \overline{1\,|\,3} \\ \overline{2} \end{vmatrix}_T \right]$$

(II.1.5)

$$= 2^{-1/2} \sum_{\substack{s_{12}=t_{12} \\ =0,1}} |(s_{12}s_3)s_N, m_N^s\rangle \; |(t_{12}t_3)t_N, m_N^t\rangle$$

$s_N$ und $s_3$ sind die Spins des Nukleons und von Quark 3 (jeweils 1/2). Quark 1 koppelt mit 2 zu Spin $s_{12}$. Für den Isospin gilt die entsprechende Konvention.

Die gesamte Nukleonen-Wellenfunktion läßt sich damit schreiben als

$$\Psi_N(1,2,3) = \Psi_0(1,2,3)\, \Psi_{ST}(1,2,3)\, \Psi_C(1,2,3) \qquad \text{(II.1.6)}$$

$$= \begin{vmatrix} \overline{1\,|\,2\,|\,3} \end{vmatrix}_0 \times \begin{vmatrix} \overline{1\,|\,2\,|\,3} \end{vmatrix}_{ST} \times \begin{vmatrix} \overline{1} \\ \overline{2} \\ \overline{3} \end{vmatrix}_C$$

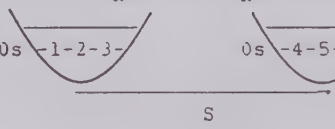
Sie ist antisymmetrisch.

Die Konstruktion einer Sechs-Quark-Wellenfunktion, die ein Zwei-Nukleonen-System beschreibt, geschieht durch Produktbildung

und Antisymmetrisierung:

$$\Psi_6 = \Psi_{NN}(1,..,6) = \hat{A}\ \{\ \Psi_N(1,2,3)\ \Psi_N(4,5,6)\ \} \qquad \text{(II.1.7)}$$

$$= \hat{A} \left\{ \right.$$




$$\left. \right\}$$

S ist der Abstand der beiden Nukleonen. Im Ortsraum ist die Wellenfunktion eines Quarks im linken (l) und im rechten (r) Oszillator-Topf dann gegeben durch

$$\Phi_{l(r)}(\vec{r}_i) = (\pi b^2)^{-3/4}\ \exp[-(\vec{r}_{i(\pm)}\vec{S}/2)^2/2b^2\ ] \qquad \text{(II.1.8)}$$

Da die innere Struktur der Nukleonen (II.1.6) bekannt ist, hat der Antisymmetrisator die vereinfachte Form

$$\hat{A} = 10^{-1}\ [\ 1-9P_{36}^{STCO}\ ] \qquad \text{(II.1.9)}$$

$P_{36}^{STCO}$ ist der Austauschoperator von Quark 3 und 6. Eine detailiertere Ausführung findet sich in der Diplomarbeit von G.Lübeck[8].

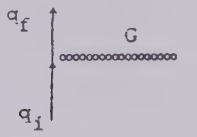
## II.2 Die Wechselwirkung:

In unserem Bild hat die Wechselwirkung drei wesentliche Komponenten: Gluon-Austausch, Quark-Austausch und Meson-Austausch. Beim Gluon-Austausch, der ja das eigentliche Problem der QCD darstellt, vertreten wir die folgende Philosophie:

Eine Störungsrechnung ist sicher nicht gerechtfertigt. Trotzdem

gehen wir davon aus, daß der Ein-Gluon-Austausch zwischen zwei Quarks die wesentlichen Merkmale der Farbwechselwirkung beinhaltet. Der Viel-Gluonen-Austausch wird dann rein phänomenologisch beschrieben, wobei die bekannten Eigenschaften der QCD, das 'Confinement' und die asymtotische Freiheit der Quarks, berücksichtigt werden. Da dies nicht die exakte Beschreibung der Farbwechselwirkung ist, werden die Parameter der Wechselwirkung so festgelegt, daß das Nukleon und die Δ-Resonanz die richtigen Größen und Massen haben und daß das Nukleon stabil ist. Das heißt, daß es gegenüber Variation seiner Größe im Minimum seiner Gesamtmasse ist. Details werden an geeigneter Stelle noch erläutert.

Der Ein-Gluon-Austausch wird nun analog zum Ein-Photon-Austausch der QED modelliert. Wir betrachten zunächst den Quark-Gluon-Vertex




$$= g\ \bar{q}^f \gamma^\mu \lambda^{(a)}_{fi} q^i G^{(a)}_\mu \quad ; a=1..8 \qquad \text{(II.2.1)}$$

g ist die Farb-Kopplungs-Konstante und die q's sind die Quark-Spinoren. $\gamma^\mu$ ist die Dirac'sche γ-Matrix und λ sind die Generatoren der speziellen unitären Farb-Eich-Gruppe $SU_3$. G beschreibt das Gluon-Feld. Der einzige Unterschied zur QED sind also die Farbanteile $\lambda^{(a)}$ und $G^{(a)}$, wobei a der Farbindex ist und über die acht möglichen Farb-Kombinationen läuft, die das Gluon transportieren kann.

Nun kann das Potential mit Hilfe der Feynman-Regeln in der nichtrelativistischen Näherung berechnet werden. Nach De Rujula et al.[1] ergibt sich bei Vernachlässigung der Energie und Drehimpuls abhängigen Anteile

$$V^{OGE}_{qq}(1,2) = \lambda_1 g \quad \lambda_2 g \qquad \text{(II.2.2)}$$

$$= \lambda_1 \cdot \lambda_2 \quad \alpha_s/4 \left\{ r_{12}^{-1} - \pi m_q^{-2} \, \delta^{(3)}(\vec{r}_{12}) \, [1 + \tfrac{2}{3} \sigma_1 \cdot \sigma_2] \right\}$$

$\alpha_s$ ist die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung. Wir erkennen den bekannten Coulomb-Teil und den Kontakt-Term aus der QED. Der zu $\lambda \cdot \lambda \; \sigma \cdot \sigma$ proportionale Anteil wird nun 'Color'-Magnetische-Wechselwirkung (CMI) genannt und spielt eine zentrale Rolle für den kurzreichweitigen Anteil der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung.

Der Viel-Gluon-Austausch soll die Quarks im Nukleon einschließen ('Confinement'), soll aber bei kleinen Quarkabständen verschwinden. Wie von Faessler et al.[7] gezeigt wurde, hat die spezielle Form des 'Confinement'-Potentials keinen Einfluß auf die Nukleonen-Streuung, solange die Nukleonengröße konstant gehalten wird. Deshalb werden die Streurechnungen nur mit quadratischem 'Confinement' durchgeführt. Beim EMC-Effekt zeigt sich jedoch eine Abhängigkeit der Resultate von der 'Confinement'-Form, so daß dort Ergebnisse für lineares und quadratisches 'Confinement' verglichen werden. Das 'Confinement'-Potential schreibt sich als

$$V_{qq}^{Conf}(1,2) = \lambda_1 \; \overset{1}{\uparrow} \; \text{oooooooooooooooo} \; \overset{2}{\uparrow} \; \lambda_2 \quad \hat{=} \; -\lambda_1 \cdot \lambda_2 \; a r_{12}^n \qquad (II.2.3)$$

$$n=1,2$$

Da der EMC-Effekt 'Confinement' abhängig ist, wird es in Zukunft interessant sein, nach ausgefeilteren Potentialen zu suchen. Diese sollten z.B. auch lokal Eichinvariant unter der Farb-$SU_3$ sein.

Der Austausch von Quarks zwischen Nukleonen ist im Formalismus bereits enthalten, da die Sechs-Quark-Wellenfunktion antisymmetrisiert wird. Betrachten wir zum Beispiel die Matrix-Elemente der kinetischen Energie:

$$\langle \Psi | K | \Psi \rangle = \qquad \text{(II.2.4)}$$

$$\langle \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \mid \sum_{i=1}^{6} \frac{p_i^2}{2m_q}\, 10^{-1}(1-9P_{36}^{STCO}) \mid \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \rangle$$

$$= 10^{-1} \Big\{ 6\langle \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \mid p_1^2/2m_q \mid \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \rangle$$

$$- 9 \Big[ 4\langle \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \mid p_1^2/2m_q\, P_{36}^{STCO} \mid \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \rangle$$

$$+ 2\langle \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \mid p_3^2/2m_q\, P_{36}^{STCO} \mid \Psi_N(123)\,\Psi_N(456) \rangle \Big] \Big\}$$

$$=$$

Dabei wurde ausgenutzt, daß aus Symmetriegründen der Antisymmetrisator mit dem Operator vertauscht und idempotent ist. Die jeweils verwendeten Definitionen ergeben sich aus dem Zusammenhang. Die Interpretation der einzelnen Terme wird durch die Diagramm-Darstellung deutlich.

Auf dieselbe Weise erhält man für die Zwei-Teilchen-Operatoren die Gluon-Austausch-Diagramme

$V_{NN}^{\text{Gluon-Ex}} =$

(II.2.5)

Ein Austausch von Gluonen zwischen Nukleonen ohne gleichzeitigen

Quarkaustausch ist verboten, da die Nukleonen ja farbneutral bleiben müssen, das Gluon aber durch Austausch Farbe in jedes Nukleon tragen würde. Die Berechnung der einzelen Matrixelemente erfolgt in Teil (II.3).

Das Pion wird in unserer Rechnung als punktförmiges Teilchen gehandhabt. Diese Beschreibung hat sich in der Kernphysik, z.B. bei Holinde et al.[9], ausgezeichnet bewährt. Wir koppeln das Pion direkt an die einzelnen Quarks, so daß die Berechnung der Matrix-Elemente analog zum Gluon-Austausch erfolgt. Das Pion-Potential hat die übliche Form

$$V(i,j) = \frac{f_Q^2}{3}\, u \left\{ \frac{\exp[-u r_{ij}]}{u r_{ij}} - \frac{\delta^{(3)}(\vec{r}_{ij})}{u^3} \right\} \sigma_i \cdot \sigma_j \; \tau_i \cdot \tau_j \qquad \text{(II.2.6)}$$

In der Diagramm-Sprache sieht dann der Pion-Austausch-Prozeß so aus:

$V_{NN}^{OPEP}$ =

(II.2.7

Das erste Diagramm entspricht einem bisher in der Kernphysik üblichen Boson-Austausch-Potential. Dort wurde die endliche Ausdehnung der Nukleonen und ihre innere Struktur durch phänomenologische Formfaktoren beschrieben, während in unserer Rechnung explizit die Quarkstruktur zugrunde liegt.

Im zweiten Diagramm sind zwei mögliche Effekte eingezeichnet. Auf der linken Seite kommt es zur Selbstwechselwirkung eines Quarks durch Emission und Absorbtion eines Pions. Dieser Effekt trägt jedoch zur 'Constituent' Quarkmasse bei und soll bei Betrachtungen der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung nicht berücksichtigt werden. Auf der rechten Seite des zweiten

Diagrammes emittiert ein Quark ein Pion und ein anderes Quark im selben Nukleon absorbiert es wieder. Dieses Diagramm beschreibt die Pionenwolke des Nukleons und liefert einen wesentlichen Beitrag zur Nukleonenmasse. Da der Pionen-Austausch von der Spin-Isospin-Struktur der Quarks abhängt, hat die Pionenwolke der Δ-Resonanz eine andere Masse als die des Nukleons. Die Pionenwolke liefert also einen Beitrag zur NΔ-Aufspaltung (etwa 150 MeV von insgesamt 300 MeV) und muß bei der Festlegung der Parameter berücksichtigt werden.

Das dritte Diagramm von links ist ein grundsätzlich neuer Aspekt des Pionen-Potentials, der in bisherigen Rechnungen des Boson-Austausches nicht enthalten ist. Quarks und Pionen werden simultan ausgetauscht. Wie später erläuterte Rechnungen zeigen, hat dieser simultane Quark-Pion-Austausch einen keineswegs zu vernachlässigenden repulsiven Einfluß auf alle berechneten Streuphasen.

Damit sind alle Anteile des verwendeten Nukleon-Nukleon-Potentials, die mit der Quarkstruktur in Verbindung gebracht werden, eingeführt. Um eine quantitative Übereinstimmung der Rechnung mit dem Experiment zu erzielen, ist jedoch eine weitere Kraft zwischen den Nukleonen erforderlich. Diese sorgt für die mittelreichweitige, also grob zwischen einem und zwei Fermi wirkenden, Attraktion zwischen den Nukleonen. Dieses Problem tritt in genau der gleichen Weise in der Mittel-Energie-Kernphysik auf und wird hier wie dort durch ein phänomenologisches σ-Meson gelöst. Im Impulsraum hat es die Form

$$V_\sigma(q) = \left\{ g_\sigma F(q^2) \right\}^2 \frac{1}{q^2+m_\sigma^2} \qquad \text{(II.2.8)}$$

Dabei ist q der Impuls-Übertrag durch das Meson und $g_\sigma$ ist die Kopplungskonstante. Der Formfaktor $F(q^2)$ hat die Form

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2 - m_\sigma^2}{\Lambda^2 + q^2} \qquad \text{(II.2.9)}$$

und sorgt für eine Unterdrückung großer Impulsüberträge. Damit wird die innere Struktur der Nukleonen beschrieben. Im Ortsraum hat das σ-Potential die Form

$$V(r) = \frac{g_{\sigma NN}^2}{4\pi} \left\{ \frac{\exp[-m_\sigma r]}{r} - \{\lambda + r(\lambda^2 - m_\sigma^2)/2\} \frac{\exp[-\lambda r]}{\lambda r} \right\} \qquad \text{(II.2.10)}$$

## II.3 Berechnung der Matrixelemente:

Das Prinzip der Berechnungen von Matrixelementen im Ortsraum wurde in (II.2.4) für die kinetische Energie angedeutet. Sie sollen hier nicht durchgerechnet werden sondern sind im Anhang (I) aufgelistet. Es finden sich dort alle Orts-Matrix-Elemente ohne und mit Drehimpuls-Projektion auf S und P Wellen. Auf diese Projektion wird im Abschnitt (III.1) eingegangen.

Im Spin-Isospin-Raum werden die Matrixelemente für die Operatoren

$$O_{ij}^{ST} = \sigma_i \cdot \sigma_j ; \quad \sigma_i \cdot \sigma_j P_{36}^{ST} ; \quad \sigma_i \cdot \sigma_j \tau_i \cdot \tau_j ; \quad \sigma_i \cdot \sigma_j \tau_i \cdot \tau_j P_{36}^{ST} \qquad \text{(II.3.1)}$$

für $S,T \in \{0,1\}$ benötigt. Ein allgemeines Verfahren zur Berechnung mit Computer-Unterstützung ist möglich. Mit

(II.1.5) schreiben wir die ST-Matrix-Elemente als

$$\langle NN,ST|O^{ST}|NN,ST\rangle$$

$$= 4^{-1} \sum_{l_{12}l'_{12}l_{45}l'_{45}} \langle (l_{12}l_3)l_N\ (l_{45}l_6)l_N\ SM_S|O^S|$$

$$|(l_{12}l_3)l_N\ (l'_{45}l_6)l_N\ SM_S\rangle \qquad (II.3.2)$$

$$\langle (l_{12}l_3)l_N\ (l_{45}l_6)l_N\ TM_T|O^T|(l'_{12}l_3)l_N\ (l'_{45}l_6)l_N\ TM_T\rangle$$

$$= 4^{-1} \sum \Big\{ \sum A^{SM_S}(l_{12}l_{45};s_1..s_6)\, A^{SM_S}(l'_{12}l'_{45};s'_1..s'_6)$$

$$A^{TM_T}(l_{12}l_{45};t_1..t_6)\, A^{TM_T}(l'_{12}l'_{45};t'_1..t'_6) \Big\}$$

$$\langle s_1..s_6|O^S|s'_1..s'_6\rangle\ \langle t_1..t_6|O^S|t'_1..t'_6\rangle$$

s und t sind die magnetischen ST-Quantenzahlen der einzelnen Quarks. Die A's sind Produkte von vier Clebsh-Gordan-Koeffizienten. Der Austausch-Operator $P_{36}^{S(T)}$ vertauscht einfach $s_3'$ ($t_3'$) mit $s_6$ ($t_6$). Der Operator $\sigma_i\cdot\sigma_j$ (und genauso $\tau_i\cdot\tau_j$) berechnet sich zu

$$\langle s_is_j|\sigma_i\cdot\sigma_j|s'_is'_j\rangle \qquad (II.3.3)$$

$$= \Big\{ 2|s_i+s_j| + 3|s_i-s'_j| - 1 \Big\}\, \delta_{s_1+s_2,s'_1+s'_2}$$

Damit lassen sich alle Operatoren systematisch berechnen. Sie sind im Anhang (II) tabelliert.

Der Farbraum wird von der Orts-und der Spin-Isospin-Struktur nicht beeinflußt, so daß hier die Ergebnisse von G.Lübeck übernommen werden können. Sie sind der Vollständigkeit wegen ebenfalls im Anhang (II) aufgeführt.

## II.4 Die Modell-Parameter:

Bevor explizite Modell-Rechnungen durchgeführt werden können, müssen die Parameter festgelegt werden. Dabei gehen wir so vor, daß die durch das Modell beschriebenen Nukleonen und Δ Resonanzen die Eigenschaften der physikalischen Teilchen reproduzieren. Zu bestimmen sind die Parameter

- b: Oszillatorlänge - Nukleonengröße
- $m_q$: Quarkmasse
- $\alpha_s$: starke Kopplungs-Konstante
- a: 'Confinemet'-Stärke
- $m_\pi$: Pion-Masse
- $f_Q$: Quark-Pionen Kopplungs-Konstante
- $m_\sigma$: σ-Masse
- $g_\sigma^2/4\pi$: σ-Nukleon Kopplungs-Konstante
- Λ: 'cut off' Masse des σ Mesons

Die Nukleonen-Größe kann grundsätzlich experimentell bestimmt werden, z.B. durch Elektronen-Streuung an Nukleonen. Aus der Messung des elektromagnetischen Formfaktors wird der mittlere Ladungsradius von etwa 0.83 fm gefunden. Berücksichtigt man noch, daß das Nukleon von einer ebenfalls geladenen Pionen-Wolke umgeben ist (im Rahmen des Vektor-Dominanz-Modells), findet man eine Oszillatorlänge von etwa b = 0.5 fm. Diesen Wert verwenden wir für Streurechnungen. Mißt man den Nukleonen-Radius mit Hilfe hochenergetischer Elektronen (tief inelastische Parton-Streuung), findet man größere Werte für b. Diese werden bei der

Berechnung des EMC-Effekts sinnvoll und dort besonders diskutiert (Teil IV).

Im nächsten Schritt wird die Quark-Masse festgelegt. Man wählt sie so, daß sich am Ende die richtige Nukleonen-Masse ergibt. Der Wert für $m_q$ muß iterativ ermittelt werden (die verwendeten Werte sind in Tabelle (I) aufgeführt).

Nun betrachten wir die Beiträge zur Nukleon- und Δ-Masse:

$$M_N = 3m_q + \langle N|H_3|N\rangle + M_\pi^N \qquad \text{(II.4.1)}$$

$$M_\Delta = 3m_q + \langle \Delta|H_3|\Delta\rangle + M_\pi^\Delta$$

$M_\pi^N$ ist dabei die Masse der Pionen-Wolke. Für die einzelnen Wechselwirkungs-Terme erhalten wir die Beiträge

$$M_{Kin} = 3/(2m_q b^2) \qquad \text{(II.4.2)}$$

$$M_{Coul} = -4\alpha_s\,(2\pi b^2)^{-1/2}$$

$$M_{Conf} = 24ab^2$$

$$M_{Delta} = \alpha_s/\,(m_q^2\sqrt{2\pi}\,b^3)$$

$$M_{CMI}^{N(\Delta)} = (\pm)2/3\; M_{Delta}$$

$$M_\pi^N = 15\; M_\pi$$

$$M_\pi^\Delta = 3\; M_\pi$$

$$\text{mit } M_\pi = 2\,(2\pi)^{-1/2} f_Q^2 \left\{ b^{-1} \sum_n c_n/(1+\alpha_n) - u^{-2}b^{-3} \right\}$$

Die Berechnung der Pionenwolke ist im Anhang (III) näher erläutert. Die Koeffizienten $c_n$ und $\alpha_n$ ergeben sich aus einer Entwicklung des Yukawa-Terms nach Gauß-Funktionen. Die Pion-Quark-Kopplung ist so gewählt, daß sich die Masse $M_\pi^N$ = -131 MeV ergibt. Dieser

Wert wurde von uns[32] unter Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung der Pionen berechnet (siehe hierzu auch Teil (V.2)).

$\alpha_s$ läßt sich nun berechnen aus

$$(M^{\Delta}_{CMI}+M^{\Delta}_{\pi}) - (M^{N}_{CMI}+M^{N}_{\pi}) = M_{\Delta}-M_N = 297 \text{ MeV} \qquad \text{(II.4.3)}$$

Als letzter Parameter der Quark-Gluon-Struktur ist die 'Confinement' Stärke a zu bestimmen. Wir verwenden dazu die Stabilitäts-Bedingung. Sie trägt der Tatsache Rechnung, daß das physikalische Nukleon diejenige Größe einnimmt, die energetisch am günstigsten ist.

$$\partial_b M_N = 0 \qquad \text{(II.4.4)}$$

Daraus folgt eine Bedingung für a. Die Stabilitäts-Bedingung hat sich bei Mehrkanal-Streurechnungen als äußerst wichtig erwiesen. Sie wurde von Faessler at al.[7] für die Nukleon-Nukleon-Streuung im Quark-Modell eingeführt und klärte offene Probleme, die sich nach Rechnungen von Harvey[4] und Oka u. Yazaki[5] ergaben. Ihre fundamentale Bedeutung wollen wir im Teil (IV) noch näher erläutern.

Für das Pion sind die Masse und die Quark-Pion Kopplungs-Konstante experimentell festgelegt. Das σ Meson ist kein physikalisches Teilchen, sondern beschreibt phänomenologisch den Zwei-Pion-Austausch zwischen Nukleonen. Seine Masse und den 'cut off' entnehmen wir den üblichen Ein-Boson-Modellen (z.B. Holinde[9]). Die Kopplungs-Konstante $g_{\sigma NN}{}^2/4\pi$ ist ein Fitparameter, liegt aber nahe bei den sonst üblichen Werten. Die Tabelle (III) der Parameter ist nach dem Anhang zu finden.

# TEIL III

## III. Streurechnungen:

Neben der Berechnung der Hadronenspektren ist es interessant, die sich aus der Quarkstruktur der Nukleonen ergebenden Einflüsse auf die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu untersuchen. Dazu bietet sich die Berechnung der Nukleonenstreuung an. Im Quarkbild ist dazu ein Sechs-Teilchen-Problem zu lösen, bei dem ein Drei-Teilchen-Cluster an einem anderen gestreut wird. Das geeignete Verfahren ist die 'Resonating Group Methode' (RGM) unter Verwendnung von Generator Koordinaten (GCM)[10-13].

Eine adiabatische Näherung ist aus verschiedenen Gründen ungeeignet. In der adiabatischen Näherung hält man die Nukleonen bei einem bestimmten Abstand fest und berechnet dann die Sechs-Teilchen-Matrixelemente. Daraus ergibt sich die Wechselwirkungsenergie bei diesem Abstand. So kann man ein abstandsabhängiges Potential berechnen und dafür die Zwei-Teilchen-Schrödingergleichung lösen.

Zu kritisieren ist daran, daß die von der Quarkstruktur herrührende Nichtlokalität des Nukleon-Nukleon-Potentials nicht richtig berücksichtigt wird und daß die Quarks bei jedem 'Cluster'-Abstand ihren Gleichgewichtszustand einnehmen. Das ist wegen der großen Quarkmasse nicht realistisch. Es hat sich auch tatsächlich gezeigt[7,8], daß die kurzreichweitige Repulsion der Nukleon-Nukleon S-Wellen-Streuung direkt mit der Nukleon-Nukleon Relativ-Wellenfunktion verknüpft ist, die nur in der

dynamischen Rechnung der RGM richtig berücksichtigt wird.

## III.1 Generator-Koordinaten-Methode:

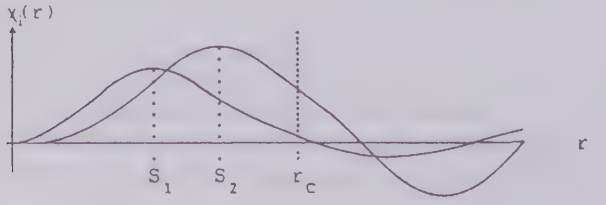
Diese Methode ist mathematisch sehr ausgefeilt und in der Literatur nicht gerade einfach beschrieben. Im folgenden soll daher hauptsächlich auf die Anwendung der Methode eingegangen werden.

Im Potential-Modell sind die 'Cluster'-internen Wellenfunktionen der Quarks HOWF'en. Für die Nukleon-Nukleon-Wellenfunktion machen wir den Ansatz

$$\chi(r) = \sum_{i=1}^{n} c_i \begin{cases} p_i (2\pi b^2/3)^{-3/4} \exp\left[-3/2\ (\vec{r}-\vec{s}_i)^2/(2b^2)\right] & ;\ \text{fuer } r<r_c \\ r\,[h^-(kr) - s_i h^+(kr)] & ;\ \text{fuer } r\geq r_c \end{cases}$$

(III.1.1)

Hier ist $r_c$ ein Relativ-Abstand der beiden Nukleonen, bei dem sie keine Wechselwirkung mehr spüren. Für größere Abstände als $r_c$ kann daher die WF als ein- und auslaufende Hankel-Funktionen ($h^-, h^+$) gewählt werden. Für kleinere Abstände bauen wir die Wellenfunktion durch eine Superposition von Gaußfunktionen auf.



Zu beachten ist, daß jeder einzelne Gauß-Peak bei $r_c$ in Hankelfunktionen fortgesetzt wird. Aus den Anschlußbedingungen lassen sich die Koeffizienten $s_i$ und $p_i$ sofort bestimmen. Die Koeffizienten $c_i$ enthalten dann die gesamte Information über den Streuprozeß. Wir berechnen sie mit dem Kohn' Hulthen'schen Variations-Verfahren für Streulösungen.

Zuvor allerdings multiplizieren wir noch die sechs internen Wellenfunktionen und die Relativ-Wellenfunktion mit einer Wellenfunktion für die Gesamt-Schwerpunkts-Bewegung des Systems

$$Z(\vec{R}) = (\pi b^2/6)^{-3/4} \exp[-6R^2/(2b^2)] \qquad \text{(III.1.2)}$$

denn damit erhält man für die Gesamt-Wellenfunktion gerade

$$\hat{A}\left\{\Phi(\vec{\xi}_1)\ldots\Phi(\vec{\xi}_6)\chi(\vec{r})Z(\vec{R})\right\} = \sum_{i=1}^{n} c_i \Psi_6^i \qquad \text{(III.1.3)}$$

$$=: \Psi$$

$\Phi$ ist in (II.1.1) und $\Psi^i_6$ in (II.1.7) definiert, wenn man dort S durch $S_i$ ersetzt.

Durch Einführen der Gesamt-Schwerpunkts-Bewegung erhält man im System zusätzliche kinetische Energie. Diese läßt sich jedoch einfach berechnen und von der Gesamt-Energie abziehen.

$$\hat{K} = K - K_{CM} \qquad \text{mit} \qquad \text{(III.1.4)}$$

$$K_{CM} = -\vec{\nabla}^2/(6m_q)$$

In (III.1.3) und (III.1.4) kommt die rechentechnische Stärke des Potential-Modells voll zum Ausdruck.

Um die Koeffizienten $c_i$ der Relativ-Wellenfunktion zu berechnen, multipliziert man die Sechs-Teilchen

Schrödinger-Gleichung von links mit $\Psi$ und integriert über alle Freiheitsgrade

$$\langle\Psi|H-E|\Psi\rangle \geq 0 \qquad \text{(III.1.5)}$$

Der Ausdruck ist ungleich null, da wir für die Relativ-Wellenfunktion einen Ansatz gemacht haben und die richtige WF noch nicht kennen. Die Variation von $\Psi$ in Hinsicht auf die $c_i$'s führt dann zur sogenannten Projektions-Gleichung

$$\langle\partial_{c_i}\Psi|H-E|\Psi\rangle = 0 \qquad \text{(III.1.6)}$$

Da die $c_i$'s lineare Parameter sind, führt (III.1.6) auf ein lineares Gleichungs-System, das wir lösen müssen.

Zur Normierung der $c_i$'s wählen wir die Bedingung

$$\sum_{i=1}^{n} c_i = 1 \qquad \text{(III.1.7)}$$

Dadurch läßt sich die assymtotische Relativ-Wellenfunktion schreiben als

$$\chi(r) = r\,[h^-(kr) - S\,h^+(kr)] \;; \quad \text{fuer } r>r_c \qquad \text{(III.1.8)}$$

wobei sich die S-Matrix ergibt als

$$S = \sum_{i=1}^{n} c_i s_i = \exp[2i\delta] \qquad \text{(III.1.9)}$$

Damit ist das Problem der Streuphasen-Berechnung gelöst. Aus (III.1.1) ist noch zu ersehen, daß die Projektion auf relative Bahn-Drehimpulse L des Nukleon-Nukleon-Systems durchgeführt werden kann durch

$$\Psi_{LM} = \sum_{i=1}^{n} c_i \int \Psi_6^i(\vec{S}_i)\, Y_{LM}(\hat{S}_i)\, d\hat{S}_i \;; \quad \text{fuer } r<r_c \qquad \text{(III.1.10)}$$

und $\quad h^{(\pm)} \longrightarrow h_L^{(\pm)} \quad$ fuer $r>r_c$

## III.2 Quark-Gluon-Austausch:

Hier soll auf den kurzreichweitigen Anteil der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung durch Quark-Gluon-Austausch und auf den daraus resultierenden 'Hardcore'-Mechanismus eingegangen werden. Wir beziehen uns dabei auf entsprechende Streuphasen-Rechnungen von G.Lübeck[8].

Figur (III.1) zeigt Ergebnisse dieser Rechnungen. Es sind die S-Wellen Streuphasen über der Schwerpunkts-Energie der beiden Nukleonen wiedergegeben. Alle Streuphasen zeigen typisches 'Hardcore'-Verhalten, was wir aus dem Vergleich mit der ebenfalls eingezeichneten Streuphase eines 'Hardcore'-Potentials sehen. Für dieses Potential erhält man die Wellenfunktion

$$u(kr) \sim \sin(kr+kr_o) \qquad \text{(III.2.1)}$$

und deshalb

$$\delta_{L=0} = -r_o k = -r_o ( 3m_q E_{CM} )^{1/2}$$

Wir haben nun das Problem, dieses 'Hardcore'-Verhalten zu verstehen. Die Wechselwirkung selbst enthält ja keinen 'Hardcore'. Wir wissen zwar, daß die 'Color'-Magnetische-Wechselwirkung (CMI) repulsiv ist, doch kann eine Repulsion von etwa 300 MeV keine 'Hardcore'-Streuphase dieser Art erklären. Allerdings hängt dieses Verhalten durchaus mit der CMI zusammen, denn wenn wir sie abschalten, verschwindet auch das 'Hardcore'-Verhalten. Dies ist ebenfalls aus Figur (III.1) ersichtlich.

Nach ersten Ansätzen von Neutachin et al.[6] ist es Faessler et al.[7] gelungen, dieses 'Hardcore'-Verhalten auf die symmetrischen Eigenschaften der Sechs-Teilchen Wellenfunktion zurückzuführen. Die im folgenden beschriebene Rechnung soll dies verdeutlichen und unterstützen.

Ausgehend von (II.1.6) lassen sich die Eigenschaften der Sechs-Teilchen-Wellenfunktion unter der Permutations-Gruppe $S_6$ bestimmen zu

$$[1^6] = \left\{[6]_0\{33\}_{ST}+[42]_0\{33\}_{ST}+[42]_0\{51\}_{ST}\right\}(222)_C \qquad \text{(III.2.2)}$$

Die Gesamt-Wellenfunktion der sechs Quarks enthält also drei Anteile mit verschiedenem Symmetrie-Gehalt. Man kann auf einen bestimmten Anteil, z.B. auf $[6]_0$ oder $[42]_0$ projezieren und nach der Wichtigkeit dieser Symmetrie fragen. Das geschieht in drei Schritten.

Wir entwickeln zunächst die Relativ-Wellenfunktion nach der HOWF-Basis.

$$\chi_{NN}(r) \approx \sum_{n=0}^{3} c_N u_{ns}(r) \; ; \qquad L=0 \qquad \text{(III.2.3)}$$

$u_{ns}$ ist dabei die HOWF für S-Wellen. Bei Berücksichtigung von vier Gliedern erhalten wir im Wechselwirkungs-Bereich, für den wir uns hier interessieren, bereits gute Übereinstimmung mit der ursprünglichen Wellenfunktion der RGM-Rechnung. Dies ist aus Figur (III.2) ersichtlich.

Nun muß noch eine 'off-shell' Transformation durchgeführt werden, um diese Relativ-Wellenfunktion physikalisch interpretierbar zu machen.

$$\tilde{\chi}(r) := \int N^{1/2}(r,r')\,\chi(r')\,dr' \qquad \text{(III.2.4)}$$

mit

$$N(r,r') = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} (1+9\cdot 3^{-2n})\, u_{ns}(r)\, u_{ns}(r') & \text{fuer } [6]_0 \\ \sum_{n=0}^{\infty} (1-3^{-2n})\, u_{ns}(r)\, u_{ns}(r') & \text{fuer } [42]_0 \end{cases}$$

Die Berechnung dieses Normkerns wird von Toki[14] näher erläutert.

Nach der Projektion auf die symmetrische Basis ergibt sich

$$\tilde{\chi}_{[6][33]}(r) = 1/3 \sum_{n=0}^{3} [1+9\cdot 3^{-2n}]^{1/2} c_n u_{ns}(r)$$

$$\tilde{\chi}_{[42][33]}(r) = 2/3 \sum_{n=0}^{3} [1-3^{-2n}]^{1/2} c_n u_{ns}(r) \qquad \text{(III.2.5)}$$

$$\tilde{\chi}_{[42][51]}(r) = -2/3 \sum_{n=0}^{3} [1-3^{-2n}]^{1/2} c_n u_{ns}(r)$$

Die Koeffizienten 1/3 und +(-)2/3 sind dabei Spin-Isospin-'Color' Clebsh-Gordon Koeffizienten der $S_6$. Ihre Berechnung findet man z.B. bei G.Lübeck[8].

Nach diesen Vorarbeiten können wir das Verhältnis von $[42]_o$ und $[6]_o$ Gehalt der Relativ-Wellenfunktion berechen und sehen, welchen Einfluß die CMI darauf hat.

$$\frac{|\langle [42]|\tilde{\chi}_{NN}\rangle|^2}{|\langle [6]|\tilde{\chi}_{NN}\rangle|^2} = \begin{cases} 0.4 & \text{ohne CMI} \\ 2.2 & \text{mit CMI} \end{cases} \qquad \text{(III.2.6)}$$

Bei abgeschaltener CMI ist die 42-Symmetrie stark unterdrückt. Die CMI bevorzugt jedoch die 42-Symmetrie und macht sie dominant. Daraus leitet sich die Erklärung für das 'Hardcore'-Verhalten der S-Wellen Streuphasen ab.

Die orbitale 42-Symmetrie enthält mindestens zwei Anregungs-Quanten. Die Konstruktion der Sechs-Teilchen-Wellenfunktion (III.1.3) erlaubt jedoch keine cluster-interne Anregung, so daß

diese Quanten nur in der Relativ-Wellenfunktion sein können. Deren 42-Anteil hat dann im Wechselwirkungs-Bereich einen Knoten. Aufgrund einer Interferenz mit der 6-Symmetrie ist die Relativ-Wellenfunktion links vom Knoten annähernd null, was denselben Einfluß auf die Streuphase hat wie ein 'Hardcore'-Potential mit einer Reichweite bis zum Knoten. Man hat den Eindruck, einen 'Hardcore' zu sehen, obwohl keiner vorhanden ist.

## III.3 Quark-Gluon-Meson Austausch:

Hier wollen wir die Ergebnisse vorstellen, die bei Berücksichtigung der gesamten Wechselwirkung aus Teil (II) erzielt werden. Die Bilder (III.3 a-d) zeigen die Streuphasen für Singulett und Triplett S- und P-Wellen-Streuung.

Wir haben jede Streuphase für zwei unterschiedliche σ-Kopplungs-Konstanten ($g^2_{\sigma NN}/4\pi$ = 6.2 und 7.0) berechnet. Außerdem wollen wir auch jeweils den Effekt des simultanen Quark-Pion-Austausches herausstellen.

Bei der stärkeren σ-Ankopplung sehen wir sehr gute Übereinstimmung der $^1$S-Streuphase mit den experimentellen Werten. Die etwas zu kleine Phasenverschiebung bei $^3$S-Wellen erklärt sich ganz natürlich aus der Tatsache, daß die D-Wellen-Ankopplung über die Pion-Tensorkraft noch nicht berücksichtigt ist. Für $^1$P-Wellen finden wir wieder ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem Experiment. Bei $^3$P fehlen noch Tensorkräfte und Spin-Bahn-Kräfte, die vom Pion- und Gluon-Austausch herrühren. Hier schlagen wir den Vergleich mit den $^3P_2$-Daten vor, da dort die Pion-Tensorkraft sehr schwach ist (1/10 verglichen mit $^3P_0$) und von den Gluonen sowieso nur kleine Korrekturen zu

erwarten sind.

Insgesamt können wir feststellen, daß alle vier Streuphasen sehr befriedigend reproduziert werden. Der simultane Quark-Pion Austausch erweist sich dabei als äußerst bedeutend und ist repulsiv in allen Streuphasen. Bei den $^3$P-Wellen beseitigt er sogar einen Bindungszustand, wie aus der Relativ-Wellenfunktion in Figur (III.4) zu entnehmen ist. Ohne diese Antisymmetrisierung hat die Relativ-Wellenfunktion im Wechselwirkungs-Bereich einen Knoten.

Wir wollen hier nocheinmal darauf hinweisen, daß dieser simultane Quark-Pion-Austausch in den herkömmlichen Boson-Austausch-Modellen nicht enthalten war. Dort kommt die kurzreichweitige, zustandsunabhängige Repulsion im wesentlichen vom Vektor-Meson ω.

# TEIL IV

## IV. Quarks in Atomkernen:

Seit die Europäische Muonen Collaboration (EMC) entdeckt hat, daß sich die Quarkstruktur der Nukleonen im Atomkern von der freier Nukleonen unterscheidet, ist dieses Thema sehr aktuell und es gibt sehr viele Arbeiten darüber [15-22].

Der nach den Entdeckern benannte EMC-Effekt tritt in der Streuung hochenergetischer Elektronen an Nukleonen auf. Ab einem Impulsübertrag von $Q^2 = 0.71\ GeV^2$ werden die einzelnen Quarks im Nukleon aufgelöst und es kann ihr Impulsanteil vom Nukleonenimpuls gemessen werden. Es hat sich gezeigt, daß diese Impulsanteile kleiner sind, wenn sich das untersuchte Nukleon in einem Atomkern befindet. Dies ist der aufregende Effekt. Die Quarks im Nukleon werden von den anderen Nukleonen im Atomkern beeinflußt. Es gibt viele Ansätze zur Erklärung dieses Sachverhalts. In einem Übersichtsartikel geht K.Rith[22] auf verschiedene Ideen ein.

In einer ganz neuen Arbeit zeigt Kubar et al.[19], daß zwei Annahmen zu einer sehr guten Übereinstimmung mit den Experimenten führen. Zum einen gibt es im Kern mehr Pionen pro Nukleon als in der Pionenwolke eines freien Nukleons. Diese

Pionen tragen dann einen Bruchteil des Nukleonenimpulses und die Quarks im Pion müssen sich diesen Bruchteil wiederum teilen. Diese Quarks haben also sehr kleine Impulsanteile des ursprünglichen Nukleons. Zum andern gibt es im Atomkern aufgrund der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung Δ-Resonanz Anregungen. Diese Resonanzen haben einen größeren Radius als die Nukleonen, so daß sich die Impulsverteilung der Konstituenten zu kleineren Werten verschiebt. Die Elektronensonde kann die Quarks aus Nukleonen, Pionen oder Δ-Resonanzen nicht unterscheiden und alle tragen zur Strukturfunktion des Nukleons bei. Dies kann die beobachtete Impulsverschiebung erklären.

Im Rahmen von Quark-Modellen erklärt Pirner et al.[20] den EMC-Effekt dadurch, daß mehrere Nukleonen unterhalb eines Mindestabstandes Sechs- oder Neun-Quark-Bags bilden. Faissner et al.[21] geht sogar davon aus, daß α-Cluster in Atomkernen als Zwölf-Quark-Bags aufgefaßt werden können. Aufgrund von Summenregeln[23,24] müssen diese Multi-Quark-Bags größer als die Nukleonen sein, was wiederum die Impulsverschiebung erklärt.

In einer anderen Rechnung geht Pirner et al.[20] davon aus, daß es für 'kleine' Quarks im Atomkern einen 'Deconfinement'-Mechanismus gibt. Kleine Quarks entstehen dadurch, daß Valenz-Quarks Gluonen emittieren und diese Gluonen wiederum Quark-Antiquark Paare bilden. Da sich der ursprüngliche Quarkimpuls bei jedem Vertex auf die auslaufenden Teilchen verteilt, werden die Impulsanteile dabei immer kleiner. Die 'kleinen' Quarks sind allerdings nur bei sehr hoher Auflösung (hoher Impulsübertrag zwischen Elektron und Quark) zu sehen, so daß dieser Beitrag zur Änderung der Nukleonen-Strukturfunktion mit dem Impulsübertrag des Experiments in Verbindung steht. Pirner leitet daraus ein neues Skalenverhalten der Strukturfunktion ab, das den EMC-Effekt erklären kann.

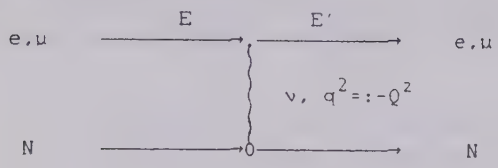
Alle diese Rechnungen zeigen mehr oder weniger gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Es ist allerdings zu kritisieren, daß die Parameter jeweils an Kerndaten angepaßt werden. In dem von uns benützten Modell ist dies nicht notwendig. Wir gehen von der Stabilität der freien Nukleonen (II.4.4) aus. Das Gleichgewicht gegenüber Größenänderung, in dem sich ein Nukleon befindet, wird gestört, wenn ein anderes Nukleon in unmittelbare Nähe kommt. Zwischen den Nukleonen werden Quarks und Gluonen ausgetauscht und die stabile Gleichgewichtslage jedes Nukleons verlagert sich.

Wie die im folgenden diskutierten Rechnungen zeigen, werden die Nukleonen größer, je näher sie sich kommen. In einem Schalenmodell können wir die Abstandsverteilung zweier Nukleonen im Atomkern berechnen und zusammen mit der Information über die Nukleonengröße die Impulsverteilung der Quarks in Kernen ableiten. Die durch die Wechselwirkung der Nukleonen bewirkte Größenänderung führt zu einer natürlichen Erklärung des EMC-Effekts.

## IV.1 Tief Inelastische Parton-Streuung:

Bei der Messung der Impulsverteilung von Quarks in Nukleonen handelt es sich um einen typischen Hochenergie-Prozeß und es soll hier kurz auf die entsprechende Terminologie eingegangen werden. Betrachten wir die Streuung von Elektronen oder

Muonen an einem Nukleon:




Ein Elektron oder Muon wird mit der Energie E auf ein Nukleon mit der Masse M geschossen, wobei die Energie ν und der Viererimpuls q übertragen wird. $Q^2$ ist als negatives $q^2$ definiert. Die innere Struktur des Nukleons wird am Vertex durch den Kreis angedeutet.

Der differentielle Wirkungs-Querschnitt für diesen Prozeß läßt sich mit Θ als Streuwinkel schreiben als

$$\frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} = \frac{4\alpha^2E^2}{Q^4}\left\{\nu^{-1}F_2(x)\cos^2\Theta/2 + QM^{-2}F_1(x)\sin^2\Theta/2\right\} \qquad (IV.1.1)$$

$F_1$ und $F_2$ enthalten die gesamte Information über die innere Struktur des untersuchten Targets und heißen deshalb Strukturfunktionen. Sie hängen von der Größe

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \qquad (IV.1.2)$$

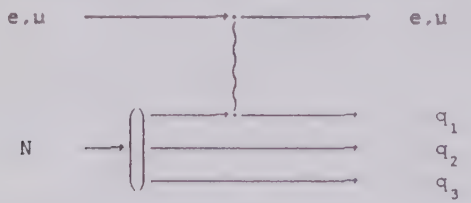
ab.

Interessant dabei ist, daß dieses Argument x dimensionslos ist, also keinen Längenmaßstab enthält. Da $Q^2$ direkt mit dem Auflösungsvermögen der Elektronensonde verknüpft ist, würde man eigentlich erwarten, daß sich die im Experiment beobachtete Struktur mit höherem Impulsübertrag ändert. Je genauer wir hinschauen, desto 'mehr' sollten wir auch erkennen. Daß die Strukturfunktion nicht explizit vom

Impulsübertrag abhängt, bedeutet, daß die beobachteten Teilchen keine Struktur haben. Die Quarks im Nukleon erscheinen punktförmig.

Diese Unabhängigkeit der Strukturfunktionen von einem Längenmaßstab bezeichnet man als Skaleninvarianz und die Größe x als Skalenvariable. Die Strukturfunktionen sind allerdings nur näherungsweise skaleninvariant. Bei größeren Impulsüberträgen als $Q^2 = 1\ GeV^2$ machen sich Q-abhängige Prozesse bemerkbar. Man löst dann mehr und mehr die das Quark umgebende Gluonenwolke auf, wodurch das Quark eine scheinbare räumliche Ausdehnung erhält. Diese Erscheinungen hat man jedoch, wie in der QED, im Rahmen der Renormalisierungs-Gruppe[24] gut im Griff. Entsprechende Korrekturen lassen sich mit Hilfe der Altarelli-Parisi Gleichung[28] durchführen.

Daher kann man zunächst von der Skaleninvarianz der Strukturfunktionen ausgehen und sie unter der Annahme ableiten, daß die Quarks punktförmig sind, daß sie Spin 1/2 haben und daß sie sich im Nukleon frei bewegen. Das entsprechende Diagramm hat die Form




Man nimmt an, daß sich der tief inelastische Wirkungsquerschnitt für die Elektron-Nukleon Streuung als kohärente Überlagerung der elastischen Elektron-Quark Streuung schreiben läßt.

$$\frac{d^2\sigma_{inel}(eN\to eN)}{dE\ d\Omega} = \sum_{i=u,d} \frac{d^2\sigma_{el}(eq_i\to eq_i)}{dE\ d\Omega} \qquad \text{(IV.1.3)}$$

(u und d beziehen sich auf 'up' und 'down' Quarks)

Daraus lassen sich die Strukturfunktionen mikroskopisch ableiten.

$$F_2(x) = \sum_{i=u,d} e_i^2 \; x \; f_i(x) \approx xf(x) \qquad \text{(IV.1.4)}$$

$e_i$ sind die Quarkladungen 2/3 und -1/3 und f(x) ist die x-Verteilung im Nukleon. Sie muß theoretisch bestimmt werden, wobei wir kleine 'Flavor'-$SU_2$ Symmetriebrechungen unbeachtet lassen ($f_u = f_d = f$).

Wir wollen noch die Größe x näher betrachten. Wie im Anhang (IV) vorgerechnet wird, läßt sie sich mit Hilfe von Lichtkegel-Koordinaten und dem Breit-Frame in verschiedenen Formen darstellen.

(IV.1.5)

$$x = \begin{cases} Q^2/(2M\nu) & \text{'Rest-Frame' (RF)} & \text{(a)} \\ Q^2/(2P\cdot q) & \text{invariant} & \text{(b)} \\ p_+/P_+ = (p_0+p_z)/(P_0+P_z) & \text{invariant unter boosts in z-Richtung} & \text{(c)} \\ p_z/P_z & \text{im 'Infinit Momentum Frame' (IMF)} & \text{(d)} \\ (\sqrt{m_T^2+p_z^2}+p_z)/(\sqrt{M^2+P^2}+P_z) & \text{'Nuclei Frame' (NF)} & \text{(e)} \end{cases}$$

mit der transversalen Masse $m_T = (m_q^2+p_T^2)^{1/2}$

$p_0$ und $P_0$ sind jeweils nullte Komponenten der Viervektoren, die kleinen p's beziehen sich auf Quarks, die großen auf das Nukleon. Zwischen (b) und (c) wird im Breit-Frame der Übergang von Photon- zu Quark-Koordinaten vollzogen. (d) ergibt sich sofort aus (c), wenn man Quark- und

Nukleon-Massen vernachlässigt. Dies ist in einem System zulässig, in dem die Teilchen sehr hohe Impulse haben. Dann erhält man auch die anschauliche und von uns bereits benützte Interpretation von x: x ist der Bruchteil des Nukleonen-Impulses, der vom beobachteten Quark getragen wird. Diese Interpretation ist aber nur sinnvoll, wenn das Nukleon so schnell in eine Richtung fliegt, daß praktisch keines der Quarks die entgegengesetzte Richtung hat. Dies ist zum Beispiel im Breit-Frame der Fall.

An dieser Stelle können wir eine interessante Interpretation der ausgemessenen Strukturfunktion $F_2$ anschließen. Wird sie bei nicht allzu hohen Impulsüberträgen ausgemessen ($0.71 < Q^2 < 1\ GeV^2$), hat sie ihr Maximum gerade bei 1/3 [23] und sieht wie eine verschmierte $\delta$-Funktion aus. Mit (d) sehen wir sofort, daß das Nukleon aus genau drei Valenz-Quarks besteht; jedes trägt seinen Anteil von 1/3 des Nukleonen-Impulses. Die interne Fermi-Bewegung der Quarks schmiert die Strukturfunktion aus.

(e) erhalten wir aus (c) durch 'boosten' in z-Richtung. Das NF wurde von uns eingeführt und ist für die folgenden Rechnungen besonders sinnvoll. Der Atomkern ist in Ruhe und die Nukleonen im Innern haben wegen der Fermi-Bewegung einen Impuls P.

Durch Umformen von (e) erhalten wir die Funktion $p_z[x,P]$ und können zwischen x- und $p_z$-Raum transformieren.

$$dx\ f(x) = dp_z[x,\vec{P}]\ \rho_Q^A(p_z[x,\vec{P}]) \qquad \text{(IV.1.6)}$$

$\rho^A_Q$ ist dabei die z-Impuls-Dichte von Quarks im Nukleon, wenn sich das Nukleon in einem Kern A befindet. Da der Quarkimpuls $p_z$ im Allgemeinen auch von der Fermi-Bewegung $\rho_N$ der Nukleonen abhängt, falten wir mit dieser:

$$f(x) = \int d\vec{P}\ \rho_N(\vec{P})\ \frac{dp_z[x,\vec{P}]}{dx}\ \rho_Q^A(p_z[x,\vec{P}]) \qquad \text{(IV.1.7)}$$

$p^A_Q$ kann im nichtrelativistischen Quarkmodell berechnet werden und (IV.1.7) zeigt den Bezug zur Strukturfunktion (IV.1.4).

## IV.2 Größenänderung der Nukleonen:

In der hier diskutierten Berechnung von Quark-Impulsen spielt die Stabilitätsbedingung (II.4.4) die zentrale Rolle. Wir wollen daher ihre enorme Bedeutung herausstellen, die sie auch bei der Berechnung von Streuphasen hat. Dabei greifen wir wieder auf Rechnungen von G.Lübeck[8] zurück.

In seiner Arbeit wurden hadronische Freiheitsgrade untersucht, die wir hier nur am Rande erwähnen. Bei Überlappungs-Abstand zweier Nukleonen können diese Spin und Isospin austauschen. Dadurch kommt es zur Bildung von Δ-Resonanzen mit Spin und Isospin von jeweils 3/2 (ΔΔ). Außerdem können die Nukleonen auch Farbe austauschen. Es entstehen dann farbige Cluster, sogenannte 'Hidden-Color' Zustände (CC). Diese Cluster können wegen dem 'Confinement' natürlich nicht räumlich separiert werden und die Gesamtkonfiguration bleibt ein Farb-Singulett. Es hat sich nun gezeigt, daß bei Berücksichtigung dieser Freiheitsgrade nur stabile Nukleonen zu sinnvollen Ergebnissen führen.

Um diese Aussage einzusehen, betrachten wir Rechnungen mit stabilen und unstabilen Nukleonen. In Figur (IV.1) ist der nach (III.2.1) den Streuphasen zugeordnete 'Hardcore'-Radius $r_0$ in Abhängigkeit der 'Confinement'-Stärke a wiedergegeben. Fehlen den Hadronen die oben erwähnten Freiheitsgrade (ΔΔ,CC), ist das Rechenergebnis gänzlich unabhängig vom 'Confinement'. Man kann es ignorieren. Sobald diese Freiheitsgrade jedoch

berücksichtigt werden, zeigt sich eine starke Abhängigkeit des Radius $r_0$ vom 'Confinement' Parameter a. Ein a-Wert ist besonders ausgezeichnet, weil der Einfluß der zusätzlichen Freiheitsgrade sehr klein wird. Das ist genau der Parameter-Wert, für den die Stabilitäts-Bedingung (II.4.4) der Nukleonen erfüllt wird. Diese Stabilitäts-Bedingung ist also sehr bedeutend und es macht Sinn, weiter physikalische Eigenschaften von Quark-Strukturen aus ihr abzuleiten.

Dazu verallgemeinern wir die Stabilitäts-Bedinung (II.4.4) auf das Sechs-Quark-System

$$\partial_b \langle \hat{A}\{ \overset{\frown}{1\text{-}2\text{-}3} \quad \overset{\frown}{4\text{-}5\text{-}6} \}_S \rightarrow | H_6 | \hat{A}\{ \overset{\frown}{1\text{-}2\text{-}3} \quad \overset{\frown}{4\text{-}5\text{-}6} \}_S \rightarrow \rangle$$

$$= \partial_b \langle \Psi_6 | H_6 | \Psi_6 \rangle = 0 \qquad \text{(IV.2.1)}$$

Wir wählen zunächst eine 'Confinement'-Stärke, für die das freie Nukleon stabil ist. (IV.2.1) erlaubt uns dann für jeden Abstand S die Oszillatorlänge $b_6(S)$ zu bestimmen, für die die Gesamtenergie minimal wird. Dies ist eine adiabatische Näherung.

Hier tritt eine kleine Komplikation auf. Aus (III.1.3) folgt, daß die Definition von $\Psi_6$ (II.1.7) eine Relativbewegung der beiden Nukleonen einschließt. Deren Notwendigkeit sehen wir ein, wenn wir die beiden Nukleonen beim Abstand S = 0 betrachten. Wegen der Antisymmetrisierung können wir die einzelnen Nukleonen nicht mehr unterscheiden und jede Drei-Quark-Kombination muß eine Relativbewegung gegenüber der anderen Drei-Quark-Konfiguration haben. Es liegt ein Sechs-Quark-Cluster vor.

Für große Abstände S liefert diese Relativbewegung unphysikalische Beiträge zur kinetischen Energie mit der Folge, daß

$$\Delta b := b_6(S=\infty)-b_0 \neq 0 \qquad \text{(IV.2.2)}$$

wird. Hier bezeichnen wir die Oszillatorlänge des freien Nukleons b mit $b_0$.

Da die Nukleonen im Bereich der Nichtüberlappung die Größe der freien Nukleonen haben, verwenden wir für die weitere Rechnung die abstandsabhängige Oszillatorlänge

$$b(S) = \begin{cases} b_6(S) & \text{fuer } S \leq R_F \\ b_6(S)-\Delta b*(S-R_F)/R_F & \text{fuer } R_F < S < 2R_F \\ b_0 & \text{fuer } S \geq 2R_F \end{cases} \qquad \text{(IV.2.3)}$$

wobei $R_F$ der korrespondierende Radius einer homogenen Kugel ist

$$R_F = (5/2)^{1/2}\, b_0 \qquad \text{(IV.2.4)}$$

und numerisch $b_6(2R_F) = b_6(\infty)$ erfüllt ist. Die Funktion b(S) ist in Figur (IV.2) dargestellt.

Bei maximalem Überlapp (S=0) finden wir die Werte

$$\{b(0)-b(\infty)\}/b(\infty) = \begin{cases} 0.09 \text{ fuer das quad. Conf.} \\ 0.16 \text{ fuer das lineare Conf.} \end{cases} \qquad \text{(IV.2.5)}$$

## IV.3 Quarkimpulse im Atomkern:

Zur Beschreibung der Nukleonen im Atomkern wählen wir das Schalenmodell mit HOWF'en. Die Wellenfunktion des Nukleons i

ist

$$\Psi_{ilm}(\vec{r}_i) = u_{nl}(r_i)/r_i \; Y_{lm}(\hat{r}_i) \qquad \text{(IV.3.1)}$$

Für die Quark-Wellenfunktion im Nukleon i wählen wir die vereinfachende Schreibweise

$$\Phi_i(\xi_i) = \prod_{k=1}^{3} (\pi b_i^2)^{-3/4} \exp[-(\vec{\xi}_{ik}-\vec{r}_i)^2/(2b_i^2)] \qquad \text{(IV.3.2)}$$

Die Gesamtwellenfunktion des Kerns A ist dann die Slater-Determinante

$$|A\rangle = \hat{A}_N\{\Psi_1(\vec{r}_1)\Phi_1(\vec{\xi}_1) \ldots \Psi_N(\vec{r}_N)\Phi_N(\vec{\xi}_N)\}\rangle \qquad \text{(IV.3.3)}$$

Wir antisymmetrisieren allerdings nur auf Nukleonen-Ebene. Die Antisymmetrisierung auf Quark-Ebene kann zunächst vernachlässigt werden, da der Spin-Isospin-'Color' Austausch zwischen zwei Quarks in unterschiedlichen Clustern sehr klein ist ($\langle P_{36}^{STC}\rangle = -1/81$).

Die Oszillatorlänge $b_i$ eines Quarks im Nukleon i hängt grundsätzlich von den Koordinaten aller anderen Nukleonen im Kern ab. Jedes Nukleon hat Möglichkeit, nahe an das Nukleon i heranzukommen und seine Größe zu modifizieren.

$$b_i = b_i(|\vec{r}_i-\vec{r}_1|, \ldots, |\vec{r}_i-\vec{r}_N|) \qquad \text{(IV.3.4)}$$

Für unsere Rechnung nehmen wir an, daß nur der nächste Nachbar vom Nukleon i, das Nukleon j, Einfluß ausübt.

$$b_i \longrightarrow b_i(|\vec{r}_i-\vec{r}_j|) \qquad \text{(IV.3.5)}$$

Der Einfluß der anderen Nukleonen wird herausprojeziert mit dem Operator

$$\Theta_i(r_c-|\vec{r}_i-\vec{r}_j|) \qquad \text{(IV.3.6)}$$

wobei $\Theta_i$ die Stufenfunktion ist und der Radius $r_c$ bestimmt wird durch die Bedingung

$$\langle A|\ A^{-1} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j\neq i}}^{A} \Theta_i(r_c-|\vec{r}_i-\vec{r}_j|)\ |A\rangle = 1 \qquad \text{(IV.3.7)}$$

$r_c$ kann als Radius einer Kugel um das Nukleon i interpretiert werden, in der sich genau ein Nachbar-Nukleon befindet.

Nun berechnen wir die z-Impuls-Dichte eines Quarks in einem Nukleon, wenn sich das Nukleon in einem Kern A befindet

$$\rho_Q^A(p_z) = \langle A|\ A^{-1} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j\neq i}}^{A} \Theta_i(r_c-|\vec{r}_i-\vec{r}_j|) \qquad \text{(IV.3.8)}$$

$$\delta^{(3)}(\vec{p}_{i1}+\vec{p}_{i2}+\vec{p}_{i3})\ \ 3^{-1} \sum_{k=1}^{3} \delta(p_z-\hat{p}_{ikz})\ |A\rangle$$

$p_{i1},\ldots,p_{i3}$ sind die Impulse der Quarks 1,2 und 3 und $p_{ikz}$ bezeichnet die z-Komponente von Quark k in Nukleon i.

Wir führen die Integrationen so weit wie möglich aus und erhalten das Ergebnis

$$\rho_Q^A(p_z) = A^{-1} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j\neq i \\ r,s,\lambda}}^{A} [1-(-1)^{l_i+l_j+L_s}]\ |\langle n_i l_i n_j l_j \lambda | n_r l_r N_s L_s \lambda\rangle|^2$$

$$* \int_0^{r_c} u^2_{n_r l_r}(r)\ \rho_Q(p_z, b(r))\ dr \qquad \text{(VI.3.9)}$$

mit $\rho_Q(p_z) = \{3b^2/(2\pi)\}^{1/2} \exp[-3/2\ b^2 p_z^2]$

n,l,N,L sind die radialen und Drehimpuls-Quantenzahlen und $\langle n_i l_i n_j l_j \lambda | n_r l_r N_s L_s \lambda \rangle$ sind Moshinsky-Klammern.
Sie werden für die Transformation von Teilchen-Koordinaten zu Relativ- und Schwerpunkts-Koordinaten benötigt.

Bei Verwendung der Werte

$$r_c = \begin{cases} \infty & \text{fuer das Deuteron} \\ 1.57 \text{ fm} & \text{fuer Helium} \\ 1.38 \text{ fm} & \text{fuer Eisen} \end{cases} \qquad \text{(IV.3.10)}$$

finden wir die Normierung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho_Q^A(p_z)\, dp_z = 1 \qquad \text{(IV.3.11)}$$

Wir berechnen auch die Fermi-Bewegung $\rho_N$ der Nukleonen im selben Kernmodell. Der entsprechende Ausdruck ist

$$\rho_N(\vec{P}) = \langle A | A^{-1} \sum_{i=1}^{A} \delta^{(3)}(\vec{P}-\vec{P}_i) | A \rangle \qquad \text{(IV.3.12)}$$

Für die Berechnung der Verhältnisse im Deuteron verwenden wir eine Nukleon-Nukleon Relativ-Wellenfunktion, die für ein Reid-Potential abgeleitet wurde. Diese Wellenfunktion haben wir von Brown and Jackson[31] übernommen.

## IV.4 Parameter und Ergebnisse:

Die Bestimmung der Parameter unterscheidet sich geringfügig von Teil (II). Zum einen berücksichtigen wir hier keine Mesonen. Nur der Beitrag der Pionen-Wolke zur Δ-Nukleon-Massenauf-

spaltung von 180 MeV nach [29] geht in die Rechnung ein. Zum anderen wird die Oszillatorlänge des freien Nukleons auf andere Weise bestimmt. Wir berechnen die Strukturfunktion eines freien, ruhenden Nukleons nach (IV.1.7) und wählen die Oszillatorlänge b und die transversale Masse $m_T$ aus (IV.1.5 e) so, daß gute Übereinstimmung mit der Parametrisierung einer experimentellen Strukturfunktion nach Buras[30] vorliegt.

Die Parametrisierung ist

$$x\,f(x) = 1.73\,x^{0.65}(1-x)^3 \qquad \text{(IV.4.1)}$$

b und $m_T$ erfüllen die Bedingung

$$\int |f(x) - d_x p_z[x]\; \rho(p_z[x])|^2 dx = \text{Minimum} \qquad \text{(IV.4.2)}$$

$$\text{mit} \quad \rho(p_z) = b\pi^{-1/2}\exp[-b^2 p_z^2]$$

Daraus leiten sich die Werte b = 0.94 fm und $m_T$ = 76.95 MeV ab. Beide Funktionen f(x) und $d_x p_z\,\rho$ sind in Figur (IV.3) dargestellt.

Für kleine x-Werte (x < 0.1) wird die Methode zur Berechnung der Strukturfunktion kritisch. Aus (IV.1.5 e) sehen wir, daß für x gegen 0 gleichzeitig $p_z$ gegen $-\infty$ geht. Diese physikalisch extremen Werte werden durch die Transformation der Gauß-Funktion $\rho$ nicht richtig beschrieben.

Der Wert b = 0.94 fm ist im Vergleich zu b = 0.5 fm nach Teil (II) groß. Im Teil (II) wurde b aus der elastischen Streuung von Elektronen an Nukleonen bei kleinen Impulsüberträgen ($Q^2$ < 0.7 GeV$^2$) bestimmt. Die Parametrisierung (IV.4.1) reproduziert Messung bei $Q^2$ = 2 GeV$^2$. Bei diesen Impulsüberträgen spielen Skaleninvarianz-Verletzungen bereits ein Rolle. Die Quarks emittieren kurzzeitig Gluonen und

Quark-Antiquark Paare und verlieren dabei Impuls. Dies modifiziert bei hohen Impulsüberträgen die Strukturfunktionen und erfordert die große Oszillatorlänge. Das Maximum der Strukturfunktion $F_2$ wandert von $x = 1/3$ nach $x \sim 0.2$. Durch die große Oszillatorlänge erfassen wir in diesem Sinne See-Quark-Effekte.

Der verwendete Satz von Parametern ist im Anhang (III) tabelliert. Die Ergebnisse werden in Figur (IV.4 a) und (IV.4. b) mit den Experimenten verglichen.

Die Daten stammen von der EMC[26] und von SLAC[27]. Sie zeigen für $x > 0.3$ gegenseitige Übereinstimmung. Für kleine x-Werte gibt es jedoch Diskrepanzen, die vermutlich von den unterschiedlichen Impulsüberträgen der Experimente und von den unterschiedlichen physikalischen Größen, die dargestellt werden, herrühren. SLAC veröffentlicht nicht die Strukturfunktionen selbst sondern Wirkungsquerschnitte. Diese sind nur bedingt proportional zu den Strukturfunktionen.

Beim Vergleich der Experimente mit unseren Rechenergebnissen wollen wir uns aus diesen Gründen auf Werte von $x > 0.2$ konzentrieren. Kleiner x-Werte sind ja auch in unserer Rechnung kritisch. Wir vergleichen unsere Ergebnisse mit Experimenten an Helium und Eisen. Es wird immer das Verhältnis dieser Strukturfunktionen zur Strukturfunktion des Nukleons im Deuteron angegeben, da das Nukleon im Deuteron als annähernd frei betrachtet werden kann.

Wir sehen in den Figuren (IV.4 a und b) eine sehr gute Übereinstimmung mit den Experimenten, wenn wir in der Rechnung das quadratische 'Confinement'-Potential verwenden. Beim linearen 'Confinement' ergibt sich ein stärkerer EMC-Effekt als im Experiment. Nach unserer Kenntnis ist dies das erste mal, daß die explizite

Form des 'Confinement'-Potentials wirklich eine Rolle spielt (wir sehen hier von Quarkonia-Spektren ab). Die Berechnung von Hadronen-Spektren und auch unsere Strukturrechnungen waren davon nahezu unabhängig.

Den Unterschied zwischen linearem und quadratischem 'Confinement' können wir auf folgende Weise verstehen: wenn sich zwei Nukleonen überlappen, steigt wegen der kinetischen Energie und wegen der 'Color'-Magnetischen-Wechselwirkung die totale Energie des Systems an. Daraufhin expandieren die Nukleonen. Dieser Prozeß wird aber durch das 'Confinement' limitiert. Das lineare 'Confinement' ist dabei schwächer, die Expansion zu stoppen, als das quadratische. Dadurch wird beim linearen 'Confinement' der EMC-Effekt stärker.

Wenn wir nun unsere Ergebnisse mit denen anderer Rechnungen vergleichen, fragt man sich, wie so unterschiedliche Ansätze doch zu vergleichbar guten Resultaten führen. Es sollten Gemeinsamkeiten vorliegen.

Betrachten wir zwei Nukleonen im Quarkbild. Wegen der Antisymmetrisierung können wir die beiden Nukleonen bei kleinen Abständen nicht mehr unterscheiden und finden Sechs-Quark-Bags, so wie sie Pirner et al.[20] zur Erklärung des EMC-Effekts verwendet. In diesen Sechs-Quark-Bags können wir verschiedene Drei-Quark-Kombinationen finden, die zu Δ-Resonanzen koppeln. Sie werden z.B. von Kubar et al.[19] für den EMC-Effekt mitverantwortlich gemacht.

Das bedeutet, daß die Sprachen und Rechnungen zwar verschieden sind, daß der physikalische Hintergrund aber ähnlich ist.

# TEIL V

## V.1 'Flavor'-Symmetrie im Bosonen-Austausch:

Das Ein-Boson-Austausch-Modell (OBEP) liefert eine ausgezeichnete Beschreibung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung[9]. Die Nukleon-Nukleon-Streuphasen werden bis zu hohen Paritalwellen richtig wiedergegeben. Im Zusammenhang mit den Kopplungskonstanten gibt es jedoch eine offene Frage.

Geht man von der Invarianz der Starken Wechselwirkung bezüglich des 'Flavor'-Freiheitsgrades aus, kann man die Kopplungskonstanten verschiedener Mesonen miteinander in Verbindung bringen. Speziell für die Kopplung von σ und ω Mesonen an die Nukleonen gilt die Beziehung

$$g^2_{\omega NN}/g^2_{\sigma NN} = 9 \qquad (V.1.1)$$

Im Standard OBEP Modell werden die Kopplungskonstanten als Fitparameter verwendet und man findet ein Verhältnis zwischen den beiden Konstanten, das mehr als doppelt so groß ist als in (V.1.1)[9].

Nun haben wir im nichtrelativistischen Potential-Modell

kurzreichweitige, repulsive Beiträge zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung durch den Quark-Gluon-Austausch gefunden. Es liegt nahe, dieses Modell mit dem OBEP Modell zu verbinden um eine 'Flavor'-$SU_3$ konsistente Beschreibung der Wechselwirkung zu finden. Wir haben daher im Rahmen unseres Quark-Modells eine Rechnung durchgeführt und dabei den Mesonen-Austausch weitgehend OBEP-konform behandelt.

Das Ein-Meson-Austausch-Potential hat dann die Form

$$V_{NN}(q) = - \sum_{\substack{\alpha= \\ \pi,\sigma,\rho,\omega}} M_1^\alpha \, (q^2+m_\alpha^2)^{-1} \, M_2^\alpha \qquad (V.1.2)$$

q ist der Impuls der Mesonen $\pi,\sigma,\rho$ und $\omega$ und die M's sind die Vertizes. Diese Vertizes werden im Standard-Modell durch phänomenologische Formfaktoren ausgedrückt, während wir die Quark-Struktur der Nukleonen zugrunde legen.

Wegen der assymtotischen Freiheit der Quarks nehmen wir an, daß die Mesonen nur in der Oberfläche der Nukleonen koppeln (die Rechnungen in Teil (III) sollten in dieser Hinsicht verbessert werden). Das macht eine relativistische Rechnung erforderlich, da speziell in der Oberfläche die kleinen Komponenten der Quark-Wellenfunktion wichtig sind. Das wissen wir von anderen relativistischen Rechnungen[33].

Wir berechnen die relativistische Quark-Wellenfunktion $\Psi$, indem wir die Einteilchen-Dirac-Gleichung mit dem Massen-Term $m = ar^2$ numerisch lösen. Der Massen-Term ist als 'Confinement'-Potential aufzufassen.

Aus der Quark-Wellenfunktion konstruieren wir die Quark-Ströme, an die die entsprechenden Mesonen $\alpha$ koppeln

$$j^\alpha(r) = a_\alpha \, r^2 \, \bar{\Psi}(r) \, \Gamma^\alpha \, \Psi(r) \qquad (V.1.3)$$

$a_\alpha r^2$ ist eine ortsabhängige Kopplungskonstante, die das Eindringen der Mesonen ins Innere der Nukleonen verhindert. Die $a_\alpha$ legen wir so fest, daß die üblichen Kopplungskonstanten des Standard OBEP Modells reproduziert werden (siehe Anhang (III)). $\Gamma^\alpha$ legt die Kopplungsart fest.

Mit diesen Strömen (V.1.3) ergeben sich die Vertizes als

$$M^\alpha(q) = \langle N | \sum_{i=1}^{3} d^3 r_i \quad \exp[i\vec{q}\cdot\vec{r}_i] \; j^\alpha(\vec{r}_i) \; | N \rangle \qquad (V.1.4)$$

Wir kennen nun das Meson-Austausch-Potential. Alle Mesonen-Parameter (Massen und Kopplungkonstanten) wählen wir entsprechend einem Parameter-Satz des OBEP[9]. Die Ausnahme ist das ω-Meson, für dessen Kopplungskonstante wir die 'Flavor'-Symmterie (V.1.1) zugrunde legen.

Der kurzreichweitige Quark-Gluon-Austausch wird wie in Teil (II) behandelt und Streuphasen entsprechend Teil (III) berechnet. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Figur (V.1 a,b) dargestellt. Wir finden gerade für die richtige $SU_3$-ω-Kopplungskonstante eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment.

Zu dieser Rechnung gibt es ein ausführliches Tübinger Preprint[29].

## V.2 Kollaps der Nukleonen:

Nahezu alle Quark-Modelle, die die Stabilität der Nukleonen (II.4.4) berücksichtigen und eine realistische Beschreibung der Pionenwolke beinhalten, führen zu dem Problem des Nukleonen-Kollapses[34].

Für ein Nukleon ist es energetisch günstig, virtuelle Pionen zu emittieren. Deshalb ist das Nukleon von einer Pionenwolke umgeben. Fassen wir diese virtuellen Pionen als Austauschteilchen zwischen zwei Quarks auf, ist es klar, daß es bei einer größeren Quark-Dichte (also kleineren Quark-Abständen) zu einer stärkeren Wechselwirkung kommt und der negative Beitrag der Pionenwolke zur Nukleonen-Masse zunimmt. Die Pionenwolke übt so einen Druck auf das Nukleon aus, der es unter Umständen zusammenbrechen läßt.

Diesen Sachverhalt können wir in unserem Modell aus (II.4.2) entnehmen. Die einzelnen Wechselwirkungen liefern Nukleonen-Massenbeiträge, die folgende Abhängigkeit von der Nukleonen-Größe b haben

$$M_N = 3m_q + \mathrm{Kin.E}[b^{-2}] + \mathrm{Coul}[-b^{-2}] + \mathrm{Conf}[b^2] \qquad \text{(V.2.1)}$$
$$+ \mathrm{Delta}[b^{-3}] + \mathrm{CMI}[b^{-3}] + \mathrm{Pion}[-b^{-3}]$$

Der Beitrag der Pionenwolke ist im wesentlichen proportional zu $b^{-3}$. Wenn man für die Pion-Quark-Kopplung den experimentellen Wert $f_Q^2 = (3/5)^2 * 0.08$ verwendet, dominiert der Pionen-Druck über die repulsive CMI. Das führt zum Kollaps. Der Grund für den endlichen Radius der natürlichen Nukleonen wird vorwiegend in der endlichen Ausdehnung der Pionen gesehen[34].

Wir haben in einer zu (V.1) analogen Rechnung die endliche Ausdehnung der Pionen berücksichtigt und den Beitrag der Pionen zur Nukleonen-Masse berechnet[32]. Der endliche Radius der Pionen wird dabei in einer phänomenologischen Lagrange-Gleichung eingeführt

$$L_{q\pi} = f_0(r) \int d^3n\ \bar{q}(\vec{r}+\vec{n})\ \gamma^5\vec{\tau}\ q(\vec{r}+\vec{n})\ P(n)\ \cdot\Phi(\vec{r}) \qquad \text{(V.2.2)}$$

$$\text{mit} \qquad P(n) = (\pi\rho^2)^{-3/2}\ \exp[-n^2/\rho^2]$$

Die Kopplungskonstante $f_0$ hängt wie in (V.1.3) vom Ort der Kopplung ab, um das Eindringen der Pionen in das Nukleon zu verhindern. P(n) beschreibt die Ausschmierung des Pions. $\rho$ ist als Oszillatorlänge des Pions aufzufassen und für $\rho \to 0$ erhalten wir wieder die Kopplung eines punktförmigen Pions mit den entsprechenden Ausdrücken aus (V.1).

Das Ergebnis dieser Rechnung ist, daß die endliche Ausdehnung der Pionen tatsächlich zu einer Stabilisierung der Nukleonen führt. Bei einem $\rho$-Wert von 0.2 fm erhalten wir stabile Nukleonen mit der richtigen Masse von 938 MeV und einem Massenbeitrag der Pionen-Wolke von etwa -150 MeV. In den Figuren (V.2 a,b) zeigen wir die Abhängigkeit der Wolken-Masse und der Nukleonen-Masse von der Nukleonen-Größe.

Die Rechnungen haben auch gezeigt, daß der Einfluß der endlichen Pionen-Ausdehnung auf die Nukleonen-Wechselwirkung sehr klein ist. Verschiedene Effekte heben sich gegenseitig auf.

Da die Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung von Pionen technisch aufwendig ist, haben wir in Teil (III) darauf verzichtet. Um trotzdem mit stabilen Nukleonen zu arbeiten, reduzieren wir dort die Kopplungskonstante des Pions so, daß der Druck auf das Nukleon etwa gleich groß ist wie bei endlich ausgedehnten Pionen. Dadurch haben wir die endliche Ausdehnung der Pionen phänomenologisch erfasst.

## V.3 Sechs-Quark-Bags:

Vom EMC-Effekt her wissen wir, daß die Nukleonen keinen festen Radius haben. Je näher sich zwei oder mehr Nukleonen kommen,

desto größer werden sie. Es ist nun interessant, diesen Effekt in einer dynamischen Streurechnung zu untersuchen. Dabei stellen wir uns vor allem zwei Fragen:

1) Hat eine variable Nukleonen-Größe viel Einfluß auf das Streuverhalten der Nukleonen und
2) wird nun auch das Streuverhalten vom 'Confinement'-Potential abhängig. Beim EMC-Effekt zeigten sich ja deutliche Unterschiede zwischen linearem und quadratischem 'Confinement'.

Um diesen Fragen nachzugehen, verallgemeinern wir die Wellenfunktion (III.1.3) der Nukleonen. Wir schreiben

$$\Psi = \Sigma\, c_i |\hat{A}\{\Phi_o\Phi_o\chi_i Z\},S_i\rangle + \Sigma_{n=0,1}\, a^n_k |\hat{A}\{\Phi_k\Phi_k u^k_{ns} Z_k\},b_k\rangle \qquad (V.3.1)$$

$\Phi$ ist die interne Wellenfunktion eines Nukleons und der Index bezieht sich auf die Oszillatorlänge b. $b_o$ ist die Oszillatorlänge des freien Nukleons, $b_k$ sind Oszillatorlängen, die wir vorgeben und deren Gewichte durch das Variationsprinzip (III.1.6) festgelegt werden. Die Variation bezieht sich dann auf die $c_i$'s und die $a^n_k$'s. Die $S_i$ sind die Stützstellen und $u_{ns}$ ist die HOWF für s-Wellen.

In diesem Ansatz (V.3.1) lassen wir eine Radiusveränderung der Nukleonen nur bei Überlapp zu und beschreiben das System dann als Sechs-Quark-Bag. Das scheint gerechtfertigt, da wegen der Antisymmetrisierung ein großer Überlapp zwischen dem Zwei-Cluster-System bei kleinen Abständen und dem Sechs-Quark-Bag vorliegt.

In (V.3.1) berücksichtigen wir neben dem einfachen Zustand mit n = 0 auch einen Zustand mit orbitaler Anregung n = 1. Dieser enthält neben der orbitalen 6-Symmetrie auch einen wichtigen Anteil 42-

Symmetrie. Die Bedeutung dieser 42-Symmetrie haben wir ja in Teil (III.2) unterstrichen. Da die CMI die 42-Symmetrie energetisch bevorzugt, sollten diese orbitalen Anregungen in der Energie kaum höher liegen als der Grundzustand.

Physikalisch gesehen erweitern wir durch die Berücksichtigung von n = 1 in (V.3.1) den Zustandsraum, so daß wir auch orbitale Anregungen der Nukleonen, also Robe-Resonanzen $N^*$, zulassen. Unser Formalismus erlaubt diese 'Color'-Polarisationen jedoch nur bei kleinen Cluster-Abständen, so daß auch hier keine unphysikalischen 'Color' van-der-Waals Kräfte auftreten können.

## V.4 'up'-'down'-Massenunterschied:

Die folgende Rechnung zeigt eine weitere Anwendung des Potential-Modells. Es geht um die Frage der 'Flavor'-Symmetrie Brechung, die zu unterschiedlichen Massen der 'up' und 'down' Quarks führt. Der Massen-Unterschied kann zum Beispiel aus verschiedenen Mesonen-Massen abgelesen werden. Es ist $\pi^+-\pi^0$ = 4.6 MeV und $K^+-K^0$ = 4.0 MeV.

Da beide Pionen den selben Quark-Gehalt (ud) haben, kommt der Pionen-Massenunterschied nur von elektromagnetischen Beiträgen. Die lassen sich an diesem Beispiel studieren. Das $K^+$ ist jedoch eine (us) und das $K^0$ ein (ds) Konfiguration, so daß hier auch die unterschiedlichen Quarkmassen zur Aufspaltung des K-Spektrums beitragen. Nach der Korrektur der elektromagnetischen Beiträge, die man ja beim Pion ablesen kann, findet man einen Massenunterschied der Quarks von

$$\Delta m \simeq 7 \text{ MeV} \qquad \text{(V.4.1)}$$

Wir wollen ausrechnen, welchen Einfluß diese ud-Symmetrie-

Brechung auf die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung hat. Die kinetische Energie der Quarks und die 'Color'-Fermi-Breit-Wechselwirkung hängen ja von den Quarkmassen ab.

Bei der kinetischen Energie haben wir für das Quark i die Massenabhängigkeit

$$m_i^{-1} = m^{-1}[1-\Delta m/m\ t_i^0] \qquad (V.4.2)$$

und für die 'Color'-Wechselwirkung

$$(m_i m_j)^{-1} = m^{-2}[1-\Delta m/m\ (\tau_i^0+\tau_j^0)/2]$$

Dabei wurde ausgenützt, daß die Massen-Korrektur sehr klein ist. $\tau_i^0$ ist die z-Komponente des Isospin-Operators, der auf das Quark i wirkt. $m = (m_u+m_d)/2$ ist die gemittelte Quarkmasse.

Die Massenkorrektur führt zu Isopsin-abhängigen Beiträgen der Wechselwirkung. Durch die verallgemeinerte Formulierung (II.3.2) der Spin-Isospin-Matrixelemente können diese einfach berechnet werden. Sie sind im Anhang (II) angegeben.

Die hier besprochenen Massenkorrekturen üben nur einen sehr kleinen Einfluß auf die Streuphasen aus. Deshalb berechnen wir hier die Korrektur zur Streulänge des Nukleon-Nukleon-Systems. Nach Ericson und Miller[35] kann diese Korrektur $\Delta a$ der Streulänge berechnet werden mit

$$\Delta a = a^2\ M\ \langle\Psi|\Delta V|\Psi\rangle \qquad (V.4.3)$$

Hier ist a die mittlere experimentelle Streulänge (a= -18.2 fm). $\Delta a$ ist die Korrektur der Streulänge aufgrund der erwähnten Symmetrie-Brechungen und M ist die Nukleonen-Masse. $\Psi$ ist die Sechs-Quark-Wellenfunktion (II.1.3), deren Koeffizienten durch die RGM-Rechnung festgelegt werden. $\Delta V$

muß unter Berücksichtigung von (V.4.2) berechnet und in (V.4.3) eingesetzt werden.

Diese Rechnung ist ein schönes Beispiel für die vielseitigen Anwendungsmöglichkeiten des Quarkmodells.

## V.5 Verbesserungen und Aussichten:

Von den bis hierher vorgestellten Rechnungen haben wir viel über die Physik der Quarks gelernt und wir fanden bei verschiedenen Effekten sehr gute Übereinstimmung mit den Experimenten. Trotzdem sollten einige Punkte verbessert werden.

Dazu gehört die Kopplung der Pionen an die Quarks. Im Teil (V.1) haben wir die Mesonen nur in der Oberfläche der Nukleonen an die Quarks gekoppelt. Der Grund dafür ist zum einen die assymtotische Freiheit der Quarks, was bedeutet, daß diese im Innern der Nukleonen nicht wechselwirken. Der andere Grund ist die chirale Symmetrie, die durch die Quarks in der Oberfläche der Nukleonen verletzt wird. Dort ändern die Quarks ihre Bewegungsrichtung und behalten ihren Spin bei. Das heißt, daß sie ihre Helizität wechseln, was mit der Verletzung der chiralen Symmetrie gleichzusetzen ist. Im Rahmen der Theorie vom 'Partial Conserved Axialvector Current' (PCAC) koppelt man die Pionen so an die Quarks, daß die chirale Symmetrie restauriert wird. Auch das legt eine Oberflächenkopplung nahe.

Diese Oberflächenkopplung könnte in (II.2.6) zum Beispiel durch einen Faktor verwirklicht werden

$$f_Q^2 \to (\vec{r}_k-\vec{s}_i)\cdot(\vec{r}_l-\vec{s}_i)\ (\vec{r}_k-\vec{s}_j)\cdot(\vec{r}_l-\vec{s}_j)\ b^{-4}\ f_Q^2 \qquad (V.5.1)$$

Die $S_{i,j}$ sind die Generator-Koordinaten aus (II.1.1) und $r_{k,l}$ sind die Koordinaten der Quarks. Wir sehen, daß durch diese Kopplung die Winkelintegrationen erschwert werden, da nun viele Partialwellen zur Wechselwirkung beitragen.

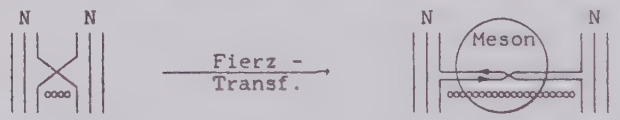
Wir erwarten von der Modifikation der Kopplung keine grundsätzliche Änderung unserer Rechenergebnisse, da bei den Berechnungen von Formfaktoren in Teil (5.1) die r-Abhängigkeit der Kopplung auch keinen sehr großen Einfluß hat. Wir gehen jedoch davon aus, daß sich das Pion mit seiner komplexen Struktur im Vakuum anders verhält als innerhalb eines Nukleons und das sollte auch in einer Rechnung zum Ausdruck kommen.

Das nächste Ziel der Betrachtungen zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung sollte eine detailierte Untersuchung der Tensor-Kräfte und Spin-Bahn-Kräfte sein. Am wichtigsten dabei ist die Tensor-Kraft des Pions. Sie ist hauptverantwortlich für die Aufspaltung der $^3$P-Streuphasen und führt zu einer Kopplung von $^3$S an $^3$D Relativ-Wellen. Bei Berücksichtigung von D-Wellen muß der $^3$S-Zustand zu einem Bindungszustand, dem Deuteron, führen, dessen Eigenschaften wie Bindungsenergie oder Quadrupolmoment auf das genaueste ausgemessen sind. Das ist ein sehr sensibler Test für eine Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung.

Weitere Tensor- und Spin-Bahn-Kräfte kommen vom Ein-Gluon-Austausch und sind bei de Rujula[1)] angegeben. Besonders interessant ist dabei die Frage, wie wichtig die Spin-Bahn-Kraft der Farb-Wechselwirkung ist. Es hat sich nämlich gezeigt, daß diese Kraft keinen Beitrag zur Massenaufspaltung der Hadronen liefert. Dies kann von kompensierenden Spin-Bahn-Beiträgen des 'Confinement's oder von relativistischen Effekten herrühren. Im Zwei-Nukleonen-Fall liegen jedoch andere Verhältnisse vor, so daß diese Kraft wichtig

werden könnte.

Langfristig sollten wir auch versuchen, eine einheitliche Beschreibung von Quark-Gluon- und Meson-Austausch zu finden. Es ist nur bedingt gerechtfertigt, in einem Quarkmodell die Quarkstruktur der Mesonen zu ignorieren. Zur Verbesserung gibt es bereits verschiedene Ansätze. Weber et al.[37] geht von der kurzreichweitigen Basis-Wechselwirkung Quark-Gluon-Austausch aus. Zieht man zwei Nukleonen auseinander, beeinflußt die Vakuumstruktur mehr und mehr den Quark-Gluon-Austausch. Ab einem bestimmten Abstand entstehen dann komplizierte Gebilde, die wir als Mesonen kennen. Im Diagramm sieht das so aus




kurze Reichweite lange Reichweite

Die Fierz-Transformation bestimmt die Kopplung der Mesonen an die Nukleonen. Formal werden die Mesonen aber weiterhin als punktförmige Teilchen beschrieben.

Ein weiterer Schritt zu einer konsistenten Beschreibung des Mesonen-Austausches wird von Zhang et al.[38] aufgezeigt. Zhang faßt das Pion aus Quark-Antiquark-Zustand auf und berechnet Diagramme wie dieses

Diese Beschreibung ist eine wesentliche Verbesserung, allerdings hat das physikalische Pion eine weit kompliziertere Struktur als obiger Quark-Antiquark-Zustand.

Die Rechnungen zum EMC-Effekt sollten in zwei Punkten

verbessert werden. Zum einen wollen wir die Impulsverteilung der Quarks im Atomkern in einer dynamischen Rechnung bestimmen. Dazu stellen wir uns vor, daß es im Atomkern laufend zu Streuprozessen zwischen zwei Nukleonen kommt. Diesen Prozeß haben wir ja in Teil (V.3) beschrieben. Wir können daher eine Sechs-Quark-Wellenfunktion (V.3.1) durch die RGM-Rechnung bestimmen und dann die Impulsverteilung eines Quarks im Atomkern berechnen, wenn das Quark in einem Nukleon ist und ein anderes Nukleon den Abstand r hat

$$\rho(p_z,r) = \frac{\langle\Psi|\ 6^{-1}\ \Sigma\ \ \delta(p_z-p_{ikz})\ \delta^{(3)}(\vec{r}-\vec{r}_{AB})\ |\Psi\rangle}{\langle\Psi|\ \delta^{(3)}(\vec{r}\ -\vec{r}_{AB})\ |\Psi\rangle}$$

$$\text{mit } \vec{r}_{AB} = (\vec{r}_1+\vec{r}_2+\vec{r}_3-\vec{r}_4-\vec{r}_5-\vec{r}_6)/3 \qquad \text{(V.5.2)}$$

Diese Impulsdichte muß dann die Gaußfunktion $\rho_Q$ in (IV.3.9) ersetzen.

Das andere Problem beim EMC-Effekt ist die bisher für das freie Nukleon verwendete große Oszillatorlänge b = 0.94 fm . Wir mußten den Wert so groß wählen, um die beim Impulsübertrag $Q^2 = 2\ GeV^2$ gemessene Strukturfunktion zu reproduzieren. Folgendes Vorgehen erscheint sinnvoll:

Wir berechnen die Strukturfunktion $F_2$ mit Hilfe der Quark-Impulsverteilung $\rho$ aus (V.5.2) für übliche Oszillatorlängen b = 0.5 bis 0.6 fm. Dann bestimmen wir die niedrigsten Momente $M_n$ dieser Funktion und transformieren diese zu höheren Impulsüberträgen. Die Altarelli-Parisi-Gleichung[28] zeigt uns die $Q^2$-Abhängigkeit der Momente

$$d_t M_n(t) = \lambda(t)/2\pi\ A_n\ M_n(t); \qquad \text{mit } t=\ln[Q^2/Q_0^2] \qquad \text{(V.5.3)}$$

$M_n$ sind die Momente der Strukturfunktion $F_2$, $\lambda$ ist die

Starke Kopplungskonstante und $A_n$ hängt mit der Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Gluons zusammen.

(V.5.3) kann in erster Ordnung Störungstheorie abgeleitet werden, was relativ leicht nachzuvollziehen ist[28]. Man berücksichtigt, daß die Quarks virtuelle Gluonen emittieren und dadurch Impuls abgeben. Bei sehr hoher Auflösung ist die Beobachtungszeit so kurz, daß das Quark auch ganz ohne Gluon beobachtet wird. Bei kleineren Impulsüberträgen des Photons mißt man immer beide Impulsanteile, den des Quarks und den des Gluons. Das führt zu größeren Impulsanteilen der beobachteten Struktur.

Nun muß noch die Strukturfunktion gefunden werden, die die oben ermittelten Momente hat. Das kann durch einen entsprechenden Ansatz geschehen (z.B $F_2 = \Sigma\ c_i\ x\ \exp[\alpha_i x^2]$). Dann läßt sich das Verfahren der kleinsten quadratischen Abweichungen elegant durchführen. Die Integrale sind analytisch lösbar und die Entwicklungskoeffizienten können durch ein lineares Gleichungssystem ermittelt werden. Allerdings ist die transversale Masse $m_T$ aus (V.1.5.e) iterativ zu bestimmen. Das heißt, die transversale Masse muß so gefunden werden, daß die Momente der experimentellen Strukturfunktion (IV.4.1) gut reproduziert werden.

Durch die dynamische Ermittlung der Quark-Impuls-Verteilung (V.5.2) und durch die konsistente Behandlung der Oszillatorlänge wird die Rechnung stark verbessert. Die phänomenologische Berücksichtigung der See-Quarks fällt jedoch weg. Wir können diese eventuell wie Kubra et al.[19] gesondert behandeln.

Zum Schluß wollen wir noch auf einen neuen Aspekt dieser Quark-Betrachtungen hinweisen, der sich aus der 'Confinement'-Abhängigkeit des EMC-Effekts ergibt. Bisher können nur über Quarkonia-Zustände, also über Spektren sehr schwerer Mesonen, Rückschlüsse auf das 'Confinement'-Potential gezogen werden. Die Form des 'Confinement'-

Potentials hat nur sehr geringen Einfluß auf die Spektren leichter Hadronen oder auf die Nukleon-Nukleon-Streurechnungen. Die Sensibilitä' des EMC-Effekts muß nun natürlich zu Untersuchungen verschiedener Potentiale herangezogen werden.

Naheliegend ist zum Beispiel eine logarithmische Abstandsabhängigkeit. Diese kann gerade erklären, daß die Anregungsenergien der Quarkonia-Zustände weitgehend unabhängig von den jeweiligen Quarkmassen sind.

Eine andere Sache ist es, nach weiteren Gesichtspunkten zur Konstruktion eines 'Confinement'-Potentials zu suchen. Beim quadratischen 'Confinement' sind wir lediglich von der assymtotischen Freiheit und eben vom 'Confinement' selbst ausgegangen. Eine weitere Forderung könnte die lokale Eichinvarianz dieser Wechselwirkung sein. Das quadratische 'Confinement' erfüllt diese Forderung nicht.

Zu einem lokal eichinvarianten 'Confinement'[36] gibt es Ansätze, die allerdings auf Quark-Antiquark-Systeme beschränkt sind. Wir sollten versuchen, diese Ansätze auf das Drei-Quark-System zu verallgemeinern. Wenn das gelingt, bietet uns die EMC-Rechnung zunächst einmal eine ausgezeichnete Testmöglichkeit, zum andern tragen diese Überlegungen aber auch ganz gezielt zum Verständnis der QCD bei. Wir setzen dabei allerdings voraus, daß sich das 'Confinement' überhaupt durch ein einfaches Potential sinnvoll beschreiben läßt.

Auf alle Fälle scheint sich hier eine neue Tür zu öffnen. Im Rahmen des Quark-Modells können nicht nur Quark-Strukturen, sondern auch Gluon-Strukturen untersucht werden.

## Schlußwort:

Der Schwerpunkt dieser Arbeit war es, von unseren Untersuchungen der Quarkstrukturen zu berichten. Die Quarkstruktur der Nukleonen führt einmal zu Beiträgen zur Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, die in anderen Modellen wie dem OBEP nicht berücksichtigt werden können. Zu nennen ist der simultane Quark-Gluon-Austausch, der über die CMI zu Einflüssen auf die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung führt und einen 'Hardcore' vortäuscht. Zum anderen ist in diesem Zusammenhang auch der simultane Quark-Pion-Austausch wichtig, der im wesentlichen eine zustandsunabhängige Repulsion bewirkt.

Diese Effekte scheinen eine Beschreibung der kurzreichweitigen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu liefern, die zum Beispiel das ω-Meson ersetzt. Haben wir eine alternative Beschreibung des ω-Mesons gefunden, die wegen dem großen Überlapp der Quarkstrukturen die Wirklichkeit besser wiederspiegelt?

Das selbe Quark-Modell läßt sich auf weitere, völlig verschiedene Gebiete der Mittel-und Hoch-Energie-Physik anwenden. Es ist ausgesprochen faszinierend, wie dieses einfache Modell eine doch recht fundamentale Erklärung des EMC-Effekts liefert.

Die Frage ist nun, wie weit sich der Einsatz dieses Modells noch treiben läßt? Stoßen wir bald auf eine Grenze oder finden wir eine tiefere Begründung für das nichtrelativistische Verhalten der Quarks? Läßt sich das 'Confinement' wirklich durch ein 'einfaches' Potential darstellen oder müssen wir zu einer komplizierten Beschreibung unterschiedlicher Vakuum-Strukturen übergehen?

Es gibt manche offene Frage und noch viel Arbeit zu tun. Allerdings gehen wir schon jetzt davon aus, daß diese Beschreibung der

Quarkstrukturen sinnvoll ist und die Verhältnisse in der Natur grundsätzlich richtig wiederspiegelt.

Sicher wird es in der Zukunft bessere Beschreibungen und detailliertere Berechnungen geben, doch ist das Modell so überzeugend, so einfach und eindrücklich, daß es ganz sicher für lange Zeit in der Lehre eingesetzt werden wird.

# Anhang I

Hier behandeln wir die Matrixelemente der Wechselwirkung im Ortsraum. Wir verwenden die Definitionen:

Einteilchen-Overlaps zwischen Quarks im linken (l) oder rechten (l) Orbit nach (II.1.7)

$$d := \langle l|l\rangle = \langle r|r\rangle = \exp\left[-(\vec{S}_i-\vec{S}_j)^2/(16b^2)\right]$$

$$e := \langle l|r\rangle = \langle r|l\rangle = \exp\left[-(\vec{S}_i+\vec{S}_j)^2/(16b^2)\right]$$

Weiter verwenden wir

$$A = \exp\left[-3(S_i^2+S_j^2)/(8b^2)\right]$$

$$y = (S_i^2+S_j^2)/(4b^2); \qquad z = S_iS_j/(4b^2)$$

Die folgenden Funktionen sind proportional zu den modifizierten sphärischen Besselfunktionen

$$Z_0(z) = 4\pi\ \sinh(z)/z$$

$$Z_1(z) = 4\pi\ \left\{\cosh(z)/z - \sinh(z)/z^2\right\}$$

$$Z_2(z) = 4\pi\ \left\{(3z^{-3}+z^{-1})\sinh(z) - 3z^{-2}\cosh(z)\right\}$$

Die Projektion auf die relativen Nukleon-Nukleon-Drehimpulse wird durchgeführt mit dem Integral-Operator

$$P_{lm} = \int d\hat{S}_i \; d\hat{S}_j \; Y^{*}_{lm}(\hat{S}_i) \; Y_{lm}(\hat{S}_j)$$

Bei den Wechselwirkungen müssen wir immer die verschiedenen Diagramme aufsummieren. Das Vorgehen und die Nomenklatur ergibt sich aus (II.2.4).

Norm:
*****

$$N = \langle \Psi_6 | \Psi_6 \rangle = 10^{-1} \left\{ N^{dir} - 9^{-1} \langle P^{STC}_{36} \rangle \, N^{ex} \right\}$$

$$N^{dir} = d^6$$

$$N^{dir} \Big|_{l=0,(1)} = A \, Z_{0,(1)}(3z)$$

$$N^{ex} \Big|_{l=0,(1)} = A \, Z_{0,(1)}(z)$$

Kinetische Energie:
*******************

$$K_i = p_i^2/(2m_q) \; 10^{-1}(1-9P^{STC0}_{36})$$

$$K_0 = 3/(4m_q b^2); \qquad [\hbar c = 1]$$

---

$$K_1^{dir} = K_0 \, d^6 \left\{ 1 - (\vec{S}_i - \vec{S}_j)^2/(24b^2) \right\}$$

$$K_1^{dir}\Big|_{l=0} = K_0\, A \left\{ Z_0(3z) - yZ_0(3z)/6 + zZ_1(3z)/3 \right\}$$

$$K_1^{dir}\Big|_{l=1} = K_0\, A \left\{ Z_1(3z) - yZ_1(3z)/6 + zZ_0(3z)/9 + 2zZ_2(3z)/9 \right\}$$

---

$$K_1^{ex} = K_0\, d^4 e^2 \left\{ 1 - (\vec{S}_i - \vec{S}_j)^2/(24b^2) \right\}$$

$$K_1^{ex}\Big|_{l=0} = K_0\, A \left\{ Z_0(z) - yZ_0(z)/6 + zZ_1(z)/3 \right\}$$

$$K_1^{ex}\Big|_{l=1} = K_0\, A \left\{ Z_1(z) - yZ_1(z)/6 + zZ_0(z)/9 + 2zZ_2(z)/9 \right\}$$

---

$$K_3^{ex} = K_0\, d^4 e^2 \left\{ 1 - (\vec{S}_i + \vec{S}_j)^2/(24b^2) \right\}$$

$$K_3^{ex}\Big|_{l=0} = K_0\, A \left\{ Z_0(z) - yZ_0(z)/6 - zZ_1(z)/3 \right\}$$

$$K_3^{ex}\Big|_{l=1} = K_0\, A \left\{ Z_1(z) - yZ_1(z)/6 - zZ_0(z)/9 - 2zZ_2(z)/9 \right\}$$

---

$$K_{CM}^{dir} = K_0\, N^{dir} \; ; \qquad K_{CM}^{ex} = K_0\, N^{ex}$$

Coulomb-Potential:
**********

$$V(i,j) = \lambda_i \cdot \lambda_j \, \alpha_s/4 \quad r_{ij}^{-1} \quad 10^{-1}(1-9P_{36}^{STCO})$$

$$C^{dir}(i,j) = |r_i - r_j|^{-1}$$

$$C^{ex}(i,j) = C^{dir}(i,j) \, P_{36}^{0}$$

---

$$C^{dir(ex)}(1,2) = (2/(\pi b^2))^{1/2} \, N^{dir(ex)}$$

$$C^{dir(ex)}(1,2)\Big|_{l=0,(1)} = (2/(\pi b^2))^{1/2} \, N^{dir(ex)}\Big|_{l=0,(1)}$$

---

$$C^{ex}(1,3) = 2 \, S_j^{-1} \, \mathrm{erf}\left[S_j/(8b^2)^{1/2}\right] \, N^{ex}$$

$$C^{ex}(1,3)\Big|_{l=0,(1)} = 2 \, S_j^{-1} \, \mathrm{erf}\left[S_j/(8b^2)^{1/2}\right] \, N^{ex}\Big|_{l=0,(1)}$$

---

$$C^{ex}(1,4) = 2 \, |\vec{S}_i+\vec{S}_j|^{-1} \, \mathrm{erf}\left[|\vec{S}_i+\vec{S}_j|/(8b^2)^{1/2}\right] \, N^{ex}$$

$$C^{ex}(1,4)\Big|_{l=0,(1)} = A \, (2\pi b^2)^{-1/2} \int_{-1}^{1} dx \, \exp[-x^2(S_i^2+S_j^2)/(8b^2)] \, Z_{0,(1)}[(1-x^2)z]$$

---

$$C^{ex}(1,6) = C^{ex}(1,3) \; ( \; S_j \rightarrow S_i \; )$$

---

$$C^{ex}(3,6) = 2\ |\vec{S}_i-\vec{S}_j|^{-1}\ \mathrm{erf}\left[|\vec{S}_i-\vec{S}_j|/(8b^2)^{1/2}\right]\ N^{ex}$$

$$C^{ex}(3,6)\Big|_{l=0,(1)} = A\ (2\pi b^2)^{-1/2} \int_{-1}^{1} dx\ \exp[-x^2(S_i^2+S_j^2)/(8b^2)^{1/2}]\ Z_{l=0,(1)}[(1+x^2)z]$$

Delta-Teile:
************

$$V^{Delta} = -\lambda_i\cdot\lambda_j\ \alpha_s/4\ \pi/m_q^2\ \delta^{(3)}(\vec{r}_{ij})\ 10^{-1}(1-9P_{36}^{STCO})$$

$$V^{CMI} = 2/3\ V^{Delta}\ \sigma_i\cdot\sigma_j$$

$$D^{dir}(i,j) = \delta^{(3)}(\vec{r}_{ij})$$

$$D^{ex}(i,j) = D^{dir}(i,j)\ P_{36}^{0}$$

---

$$D^{dir}(1,2) = (2\pi b^2)^{-3/2}\ N^{dir}$$

$$D^{ex}(1,2) = (2\pi b^2)^{-3/2}\ N^{ex}$$

$$D^{ex}(1,3) = (2\pi b^2)^{-3/2}\ \exp\left[-S_j^2/(8b^2)\right]\ N^{ex}$$

---

$$D^{ex}(1,4) = (2\pi b^2)^{-3/2}\ \exp\left[-(\vec{S}_i+\vec{S}_j)^2/(8b^2)\right]\ N^{ex}$$

$$D^{ex}(1,4)\Big|_{l=0,(1)} = (2\pi b^2)^{-3/4}\, A^{4/3}\, 4\pi$$

---

$$D^{ex}(1,6) = D^{ex}(1,3)\ (\ S_i \rightarrow S_j\ )$$

---

$$D^{ex}(3,6) = (2\pi b^2)^{-3/2} \exp\left[-(\vec{S}_i-\vec{S}_j)^2/(8b^2)\right] N^{ex}$$

$$D^{ex}(3,6)\Big|_{l=0,(1)} = (2\pi b^2)^{-3/2}\, A^{4/3}\, Z_{l=0,(1)}(2z)$$

Confinement:
************

$$V^{Conf}(i,j) = -\lambda_i\cdot\lambda_j\, ar_{ij}^2\, 10^{-1}(1-9P_{36}^{STCO})$$

$$G^{dir}(i,j) = ar_{ij}^2$$

$$G^{ex}(i,j) = ar_{ij}^2 P_{36}^{0}$$

---

$$G^{dir}(1,2) = 3ab^2\, N^{dir}$$

$$G^{ex}(1,2) = 3ab^2\, N^{ex}$$

$$G^{ex}(1,3) = 3ab^2 \left\{\ 1 + S_j^2/(12b^2)\ \right\} N^{ex}$$

---

$$G^{ex}(1,4) = 3ab^2 \left\{ 1 + (\vec{S}_j+\vec{S}_i)^2/(12b^2) \right\} N^{ex}$$

$$G^{ex}(1,4)\Big|_{l=0} = 3ab^2\, A \left\{ Z_0(z) + y/3\, Z_0(z) - 2z/3\, Z_1(z) \right\}$$

$$G\ (1,4)\Big|_{l=1} = 3ab^2\, A \left\{ Z_1(z) + 2z/9\, Z_0(z) + y/3\, Z_1(z) + 4z/9\, Z_2(z) \right\}$$

---

$$G^{ex}(1,6) = G^{ex}(1,3)\ (\ S_i \rightarrow S_j\ )$$

---

$$G^{ex}(3,6) = 3ab^2 \left\{ 1 + (\vec{S}_i+\vec{S}_j)^2/(12b^2) \right\} N^{ex}$$

$$G^{ex}(3,6)\Big|_{l=0} = 3ab^2 A \left\{ Z_0(z) + y/3\, Z_0(z) + 2z/3\, Z_1(z) \right\}$$

$$G^{ex}(3,6)\Big|_{l=1} = 3ab^2 A \left\{ Z_1(z) - 2z/9\, Z_0(z) + y/3\, Z_1(z) - 4z/9\, Z_2(z) \right\}$$

Pion-Austausch:
***************

$$V^{\pi delta}(i,j) = f_Q^2/3\ u\ \partial^{(3)}(\vec{r}_{ij})\ /\ u^3\ \sigma_i\cdot\sigma_j\ \tau_i\cdot\tau_j$$

$$V^{\pi delta}(i,j) = f_q^2 /(3u^2)\ D(i,j)\ \sigma_i\cdot\sigma_j\ \tau_i\cdot\tau_j$$

siehe hierzu Delta-Teil!

$$V^{Yukawa}(i,j) = f_Q^2/3\ \exp[-ur_{ij}] / r_{ij}\ \ \sigma_i\cdot\sigma_j\ \tau_i\cdot\tau_j$$

$$P^{dir}(i,j) = \exp[-ur_{ij}] / (ur_{ij})$$

$$P^{ex}(i,j) = P^{dir}(i,j)\ P^0_{36}$$

Wir verwenden Entwicklungen für das Yakawa-Potential und die Error-Funktion:

$$\exp\left[-ur_{ij}\right] = \Sigma\ c_k\ \exp\left[-\alpha_k r_{ij}^2/(2b^2)\right]$$

mit

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ = | 0.716 | -1.675 | 1.449 | 0.357 | 0.094 |
| $a_k$ = | 3.7 | 2.0 | 1.5 | 0.2 | 0.05 |

$$erf(x)/x = \pi^{-1/2}\ \Sigma\ \omega_l\ \exp[-\eta_l^2 x^2]$$

Die Werte für $\omega_\lambda$ und $\eta_\lambda$ sind in verschiedenen Werken tabelliert.
Wir definieren ferner

$$\bar{\omega}_{lk} = c_l\omega_l/(1+\alpha_k);\qquad \nu_{lk} = (\alpha_k^2+\eta_i^2)/(1+\alpha_k^2)$$

---

$$P^{dir}(1,2) = (u^2 2\pi b^4)^{-1/2} \sum_{k,l} \bar{\omega}_{kl}\ N^{dir}$$

$$P^{dir}(3,6) = (u^2 2\pi b^4)^{-1/2} \sum_{k,l} \bar{\omega}_{kl}\ \exp\left[-\nu_{kl}(\vec{S}_i+\vec{S}_j)^2/(8b^2)\right]\ N^{dir}$$

---

$$P^{ex}(1,2) = (u^2 2\pi b^4)^{-1/2} \sum_{k,l} \bar{\omega}_{kl} \; N^{ex}$$

$$P^{ex}(1,3) = (u^2 2\pi b^4)^{-1/2} \sum_{k,l} \bar{\omega}_{kl} \; \exp\left[-\nu_{kl} S_j^2/(8b^2)\right] \; N^{ex}$$

$$P^{ex}(1,4) = (u^2 2\pi b^4)^{-1/2} \sum_{k,l} \bar{\omega}_{kl} \; \exp\left[-\nu_{kl} (\vec{S}_i + \vec{S}_j)^2/(8b^2)\right] \; N^{ex}$$

$$P^{ex}(1,6) = P^{ex}(1,3) \; ( \; S_j \rightarrow S_i \; )$$

$$P^{ex}(3,6) = (u^2 2\pi b^4)^{-1/2} \sum_{k,l} \bar{\omega}_{kl} \; \exp\left[-\nu_{kl} (\vec{S}_i - \vec{S}_j)^2/(8b^2)\right] \; N^{ex}$$

# Anhang II

Hier geben wir die 'Color' und die Spin-Isospin Martix-Elemente an.

Die Matrix-Elemente sind

$$\langle NN,S,T|243*O^{STC}|NN,S,T\rangle$$

| O | (S,T) | i,j = 12 | 13 | 14 | 16 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda_i\lambda_j$ | (-,-) | -648 | -648 | 0 | 0 | 0 |
| $\lambda_i\lambda_j P^C_{36}$ | (-,-) | -216 | -216 | 108 | -216 | 432 |
| $\sigma_i\sigma_j$ | (0,1) | -243 | -243 | -81 | -81 | -81 |
| | (1,0) | -243 | -243 | 27 | 27 | 27 |
| | (0,0) | -243 | -243 | -81 | -81 | -81 |
| | (1,1) | -243 | -243 | 27 | 27 | 27 |
| $\sigma_i\sigma_j P^{STC}_{36}$ | (0,1) | 153 | -63 | 0 | -63 | 279 |
| | (1,0) | 153 | -63 | 18 | -63 | 171 |
| | (0,0) | -297 | -135 | 0 | -135 | -27 |
| | (1,1) | -177 | -51 | 30 | -51 | 177 |

| $O^{STC}$ | (S,T) | ij = 12 | 13 | 14 | 16 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma_i\sigma_j\ \tau_i\tau_j$ | (0,1) (1,0) | 1215 | 1215 | -225 | -225 | -225 |
| | (0,0) | 1215 | 1215 | 675 | 675 | 675 |
| | (1,1) | 1215 | 1215 | 75 | 75 | 75 |
| $\sigma_i\sigma_j\ \tau_i\tau_j\ P_{36}^{ST}$ | (0,1) (1,0) | -333 | 99 | 27 | 99 | 531 |
| | (0,0) | 1161 | 837 | 567 | 837 | 837 |
| | (1,1) | 633 | 381 | 219 | 381 | 525 |
| $\lambda_i\lambda_j\ (\tau_i^z+\tau_j^z)$ | (0,1) | -432 | -432 | 0 | 0 | 0 |
| $\lambda_i\lambda_j(\tau_i^z+\tau_j^z)P_{36}^{STC}$ | (0,1) | -16 | 16 | 8 | 16 | -96 |
| $\lambda_i\lambda_j(\tau_i^z+\tau_j^z)\sigma_i\sigma_j$ | (0,1) | -432 | -432 | 0 | 0 | 0 |
| $\lambda_i\lambda_j(\tau_i^z+\tau_j^z)$ $\sigma_i\sigma_j\ P_{36}^{STC}$ | (0,1) | -16 | 16 | -24 | 16 | 672 |

# Anhang III

| Thema: | Quark-Gluon-Aust. | Quark-Gluon-Meson-Aust. | EMC-Effekt | Flavor-$SU_3$ | Pionen-Wolke |
|---|---|---|---|---|---|
| Teil: | (III.2) | (III.3) | (IV.4) | (V.1) | (V.2) |
| Figuren: | (III.2) | (III.3) | (IV.1-4) | (VI.a,b) | (V.2) |
| Parameter: | | | | | |
| $m_q$ [MeV] | 350 | 450 | 120 | 440 | 435 |
| b [fm] | 0.5 | 0.5 | 0.94 | 0.50 | 0.54 |
| $\rho$ [fm] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.20 |
| $\alpha_s$ | 1.12 | 1.19 | 0.35 | 0.54 | 1.24 |
| a [MeVfm$^{-2}$] | 70.94 | 5.84 | 25.32 | 65.7 | 8.05 |
| $M_N$ [MeV] | 1510 | 1042 | 951 | | 938.2 |
| $M_\pi$ [MeV] | 0 | -131.8 | -409 | -409 | -162 |

Parameter der Mesonen:

| | $\pi$ | $\sigma$ | $\rho$ | $\omega$ |
|---|---|---|---|---|
| $g_\alpha^2/4\pi$ | 14.2 | 5.65 | 0.5 | 'Flavor'-Symmetrie |
| $m_q$[MeV] | 138 | 520 | 711 | 783 |

Die Kopplungs-Konstante $g_\sigma$ wurde in der Rechnung zum Quark-Gluon-Meson Austausch erhöht. Wir haben die Werte $g^2_\sigma/4\pi$ = 6.2 und 7.0 verwendet.

# Anhang IV

Hier wollen wir die Beziehung

$$x := Q^2/(2Mv) = (p_0+p_z)/(P_0+P_z)$$

ableiten. p bezieht sich auf die Quark-Impulse und P auf die Nukleonen-Impulse. Wir benötigen dazu Lichtkegel-Koordinaten, die folgendermaßen definiert sind:

$$a_{\pm} = a_0 \pm a_z$$

es folgt

$$a \cdot b = (a_+ b_- + a_- b_+) - a_T b_T$$

$$a^2 = 2a_+ a_- - a_T^2 = m^2$$

wir lösen nach $a_-$ auf

$$a_- = (a_T^2 + m^2) / (2a_+)$$

Bei sehr schneller Bewegung in z-Richtung sind $a_-$ und $a_T$ im Vergleich zu $a_+$ sehr klein. Darauf werden wir zurückgreifen.

Nun betrachten wir das Breit-Frame. Es ist definiert als das Bezugs-System mit minimalem Energie-Transfer, aber mit maximalem Impuls-Transfer. Das Elektron oder Myon wechselwirkt dann mit einem Quark derart, daß das Quark seine Richtung umkehrt, ohne Geschwindigkeit zu verlieren. Per Definition erhalten wir die Koordinaten des Photons, des Quarks und des Nukleons als

$$q = (0, 0_T, -2p_z)$$

$$p = (p_z, 0_T, p_z)$$

$$P = (P_z, 0_T, P_z)$$

Wir haben dabei verwendet, daß die Nukleonen und Quarks im Breit-Frame sehr große Impulse haben und die Massen vernachlässigt werden können. Das Breit-Frame gilt als 'Infinit-Momentum-Frame' (IMF).

Nun führen wir die Rechnung durch:

| | |
|---|---|
| $x := Q^2/(2Mv);$ | Definition im Lab.-System |
| $= Q^2/(2P\cdot q);$ | invariante Schreibweise |
| $= (-q_+q_-)/(P_+q_-+P_-q_+);$ | in Lichtkegel-Koordinaten |
| $= -q_+/P_+;$ | im Breit-Frame ersetzen wir nun q durch p |
| $= p_+/P_+;$ | das ist der gesuchte Ausdruck, |
| $= (p_0+p_z)/(P_0+P_z);$ | er ist invariant unter 'boosts' in z-Richtung |

## Literaturhinweise:


1) A.De Rujula, H.Georgi, S.L.Glashow,
Phys.Rev. D12 (1975) 147

2) N.Isgur, G.Karl, Phys.Rev. D18 (1978) 4187
N.Isgur, G.Karl, Phys.Rev. D20 (1979) 1191

3) C.E.De Tar, Phys.Rev. D17 (1978) 323

4) M.Harvey, Nucl.Phys. A352 (1980) 301 u. 326

5) M.Oka, K.Yazaki, Phys.Lett. 90B (1980) 41
M.Oka, K.Yazaki, Prog.o.Theor.Phys.
Vol.66,2 (1981) 556 I u. II

6) V.G.Neutatchin, I.T.Obukhovsky,V.I.Kukulin,
N.F.Golovanova Phys.Rev. C11 (1975) 128

7) Amand Faessler,F.Fernandez,G.Lübeck,K.Shimizu
Phys.Lett. 112B, (1982) 201 u.
Nucl.Phys. A402 (1983) 555

8) E.G.Lübeck 'Der kurzreichweitige Anteil der
Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung im Quarkmodell'
Diplom-Arbeit am Inst.f.Theor.Phys. Tübingen
Febr.1982

9) K.Holinde, Phys.Rep. 68 (1981) 121
K.Holinde, R.Machleidt, Nucl.Phys. A256 (1978) 479

10) J.A.Wheeler, Phys.Rev. Vol.52 (1937) 1107

11) K.Wildermuth, Y.C.Tang, 'A Unified Theory of
the Nucleus', Vieweg, Braunschweig 1977
W.Sünkel, K.Wildermuth, Phys.Lett. 41B (1972)
W.Sünkel, Phys.Lett. 65B (1976)

12) Y.C.Tang, M.LeMere, D.R.Thompson,
'Resonating Group Method for Nuclear Many-Body
Problems', Phys.Rep. 47,3 (1978) 167

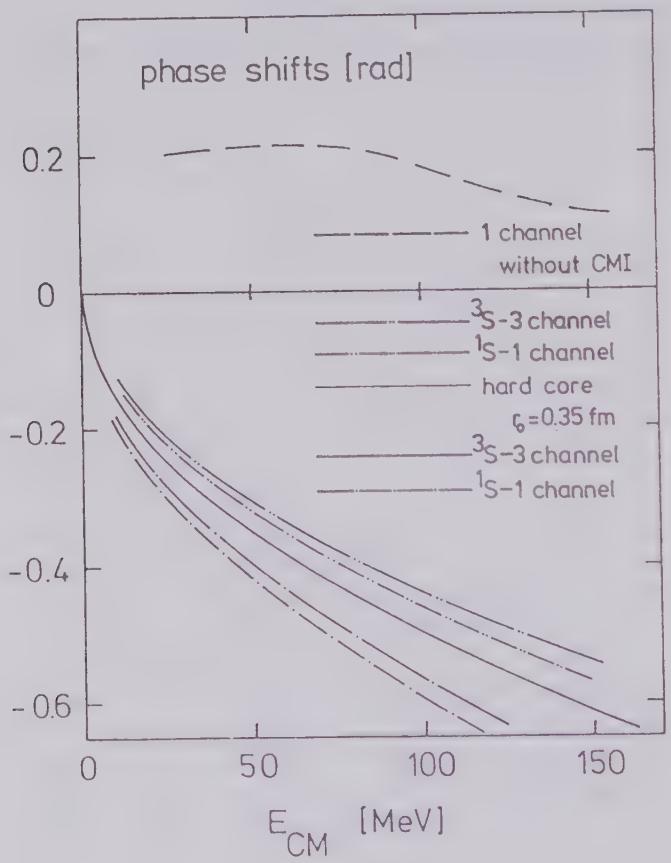
13) M.Kamimura, Suppl. of the Prog.Theor.Phys.
No62 (1977) 236

14) H.Toki Z.Phys. A294, (1980) 173
15) A.Bodek, J.L.Ritchie Phys.Rev. D23 (1981) 1070
16) M.Ericson, A.W.Thomas, CERN TH-3553 (1983)
17) R.L.Jaffe Phys.Rev.Lett. Vol.50,4 (1983) 228
18) A.W.Hendry et al. Phys.Lett. 136B (1984) 433
19) J.Kubar, G.Plaut, J.Szwed, Physique Theorique, Universite' de Nice Preprint NTH 84/1
20) H.J.Pirner 'Deep Inelastic Lepton-Nucleus Scattering' Submitted to the International Review of Nuclear Physics
21) H.Faissner, B.R.Kim Phys.Lett. 130B (1983) 321
22) K.Rith '18th Rencontre de Morioud on Electroweak Interaction' (1983)
23) F.Close 'An Introduction to Quarks and Partons', (1979) Academic Press, New York
24) Becher,Böhm,Joos 'Eichtheorien', Teubner Studienbücher, Teubner Stuttgart 1981
25) G.P.Lepage, S.J.Brodsky, Phys.Rev. D22 (1980) 2157
26) EMC, J.J.Aubert et al. Phys.Lett. 123B (1983) 275
27) R.G.Arnold et al. Phys.Rev.Lett. 52 (1984) 727
28) G.Altarelli, G.Parisi, Nucl.Phys. B126 (1977) 298
29) Amand Faessler, F.Fernandez, K.Bräuer, K.Shimizu 'The Quark Model and the Role of the Vector Meson Exchange on the Nucleon-Nucleon Interaction' Preprint Uni. Tübingen (1983)
30) A.J.Buras Nucl.Phys. B125 (1977)125
31) G.E.Brown, A.D.Jackson 'The Nucleon-Nucleon Interaction' North-Holland Publishing Company - Amsterdam Oxford (1976)
32) G.L.Strobel, K.Bräuer, Amand Faessler, F.Fernandez 'Finite Meson Size Effects in Nucleon-Nucleon Phase Shifts' Preprint Uni. Tübingen (1984)
33) R.Tegen, R.Brockmann, W.Weise Z.Phys. A307 (1982) 339
34) V.Vento, M.Rho, E.M.Nyman, J.H.Jun,G.E.Brown,

Nucl.Phys. A345 (1980) 413
C.E. deTar, Phys.Rev. D24 (1981) 752, D24 (1981) 762
V.Vento, Phys.Lett. B107 (1981) 5
J.deKam, H.J.Pirner, Nucl.Phys. A389 (1982) 640
35) T.E.O.Ericson, G.A.Miller Phys.Lett. 132B (1983) 32
36) J.Lipkin Phys.Lett. 113b (1982) 490
O.W.Greenberg, J.Hietarinta Phys.Rev. D22 (1980) 993
37) M.Bozoian,H.Weber Phys.Rev. C28 (1983) 811
M.Beyer,H.Weber Phys.Lett. 146B (1984) 383
38) Yu You-Wen, Zhang Zong-Ye Nucl.Phys. A000 (1984) 0

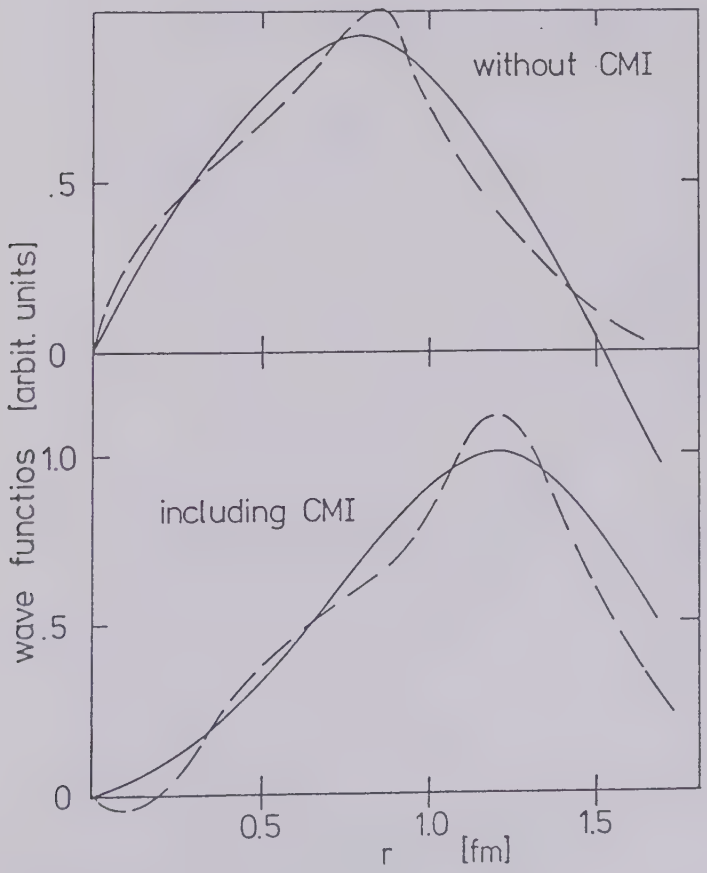
Figur (III.1)

zeigt Ergebnisse der Streuphasen-Rechnung mit Quark-Gluon-Austausch zwischen den Nukleonen. Die Streuphasen für S-Wellen sind über der Schwerpunkts-Energie eingezeichnet. Die gestrichelte Kurve erhalten wir, wenn wir die 'Color'-Magnetische Wechselwirkung abschalten.



Figur (III.2)

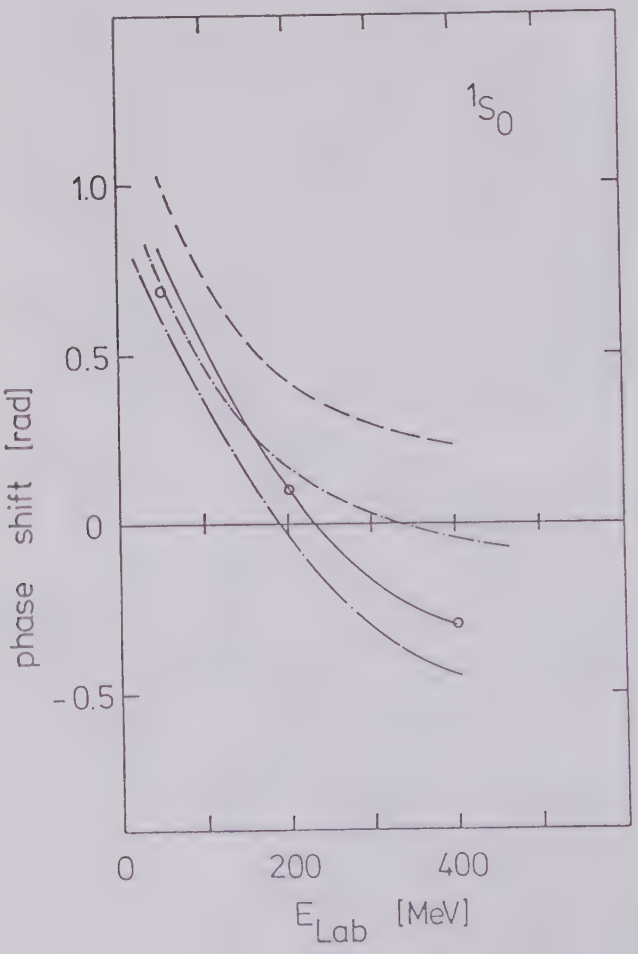
zeigt relative Nukleon-Nukleon-Wellenfunktionen. Die durchgezogene Linie zeigt jeweils das Ergebnis der RGM-Rechnung, die gestrichelte Linie zeigt die nach HOWF entwickelte Wellenfunktion. Oben wurde ohne 'Color'-Magnetische Wechselwirkung gerechnet, während unten die gesamte Wechselwirkung des Quark-Gluon-Austausches berücksichtigt ist.



Figur (III.3 a-d)

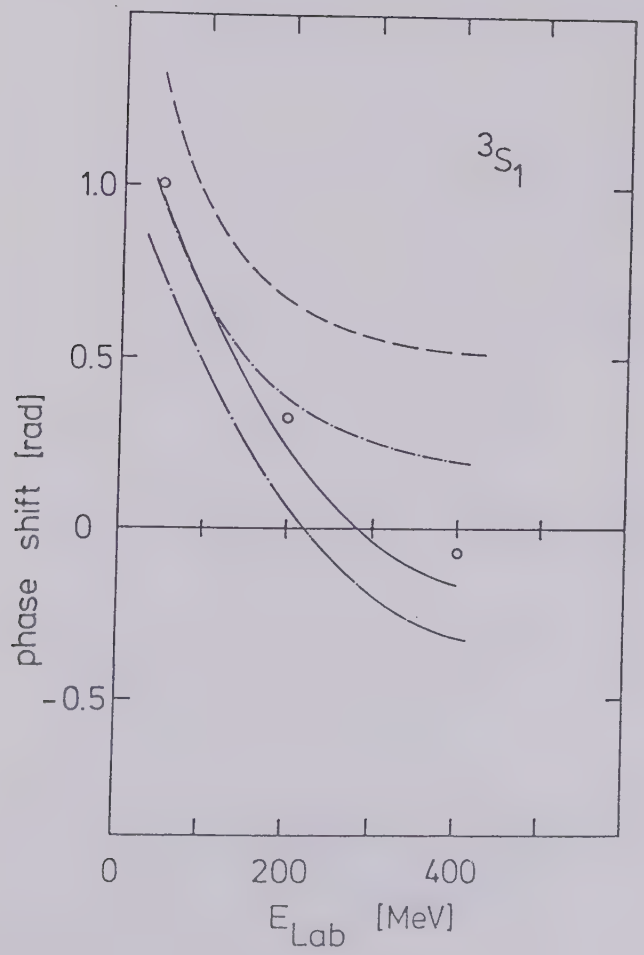
zeigt S- und P-Wellen-Streuphasen über der Laborenergie. Die Kurven zeigen den Einfluß der σ-Kopplungskonstante und des simultanen Quark-Pion-Austausches.

| | $g_\sigma^2/(4\pi)$ | simultaner Quark-Pion-Austausch |
|---|---|---|
| ———— | 7.0 | ja |
| —·—·—·— | 7.0 | nein |
| - - - - - - | 6.2 | ja |
| -·-·-·-·-·- | 6.2 | nein |



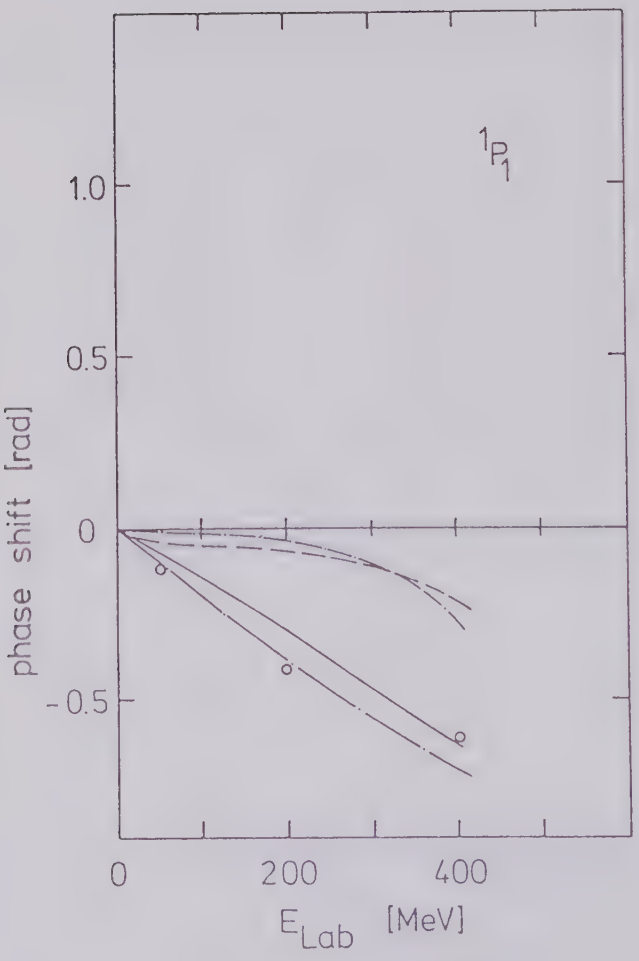
Figur (III.3 b)

siehe Figur (III.3 a)



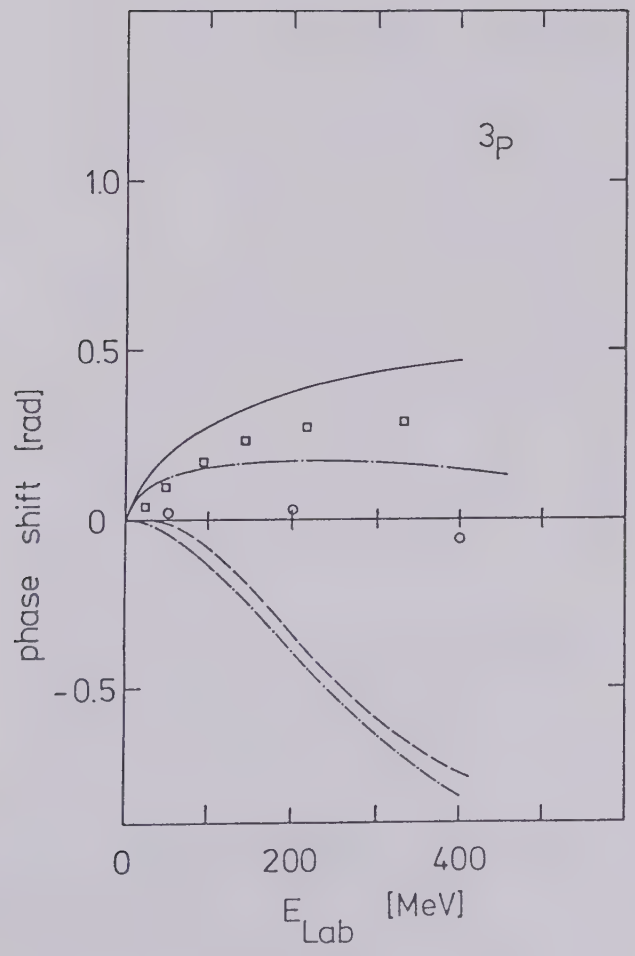
Figur (III.3 c)

siehe Figur (III.3 a)



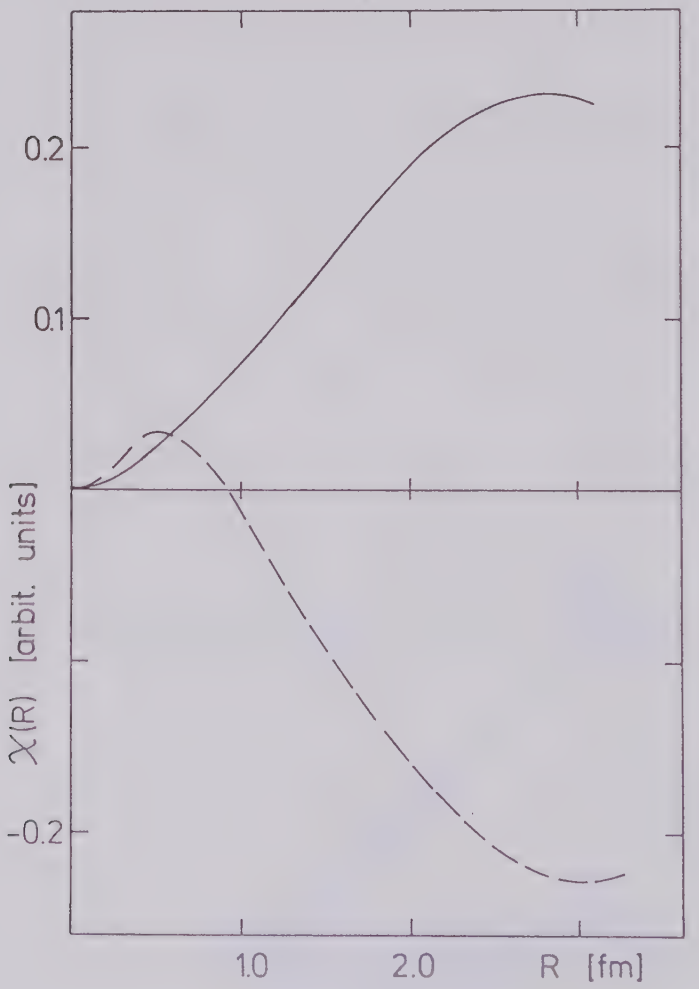
Figur (III.3 d)

siehe Figur (III.3 a)



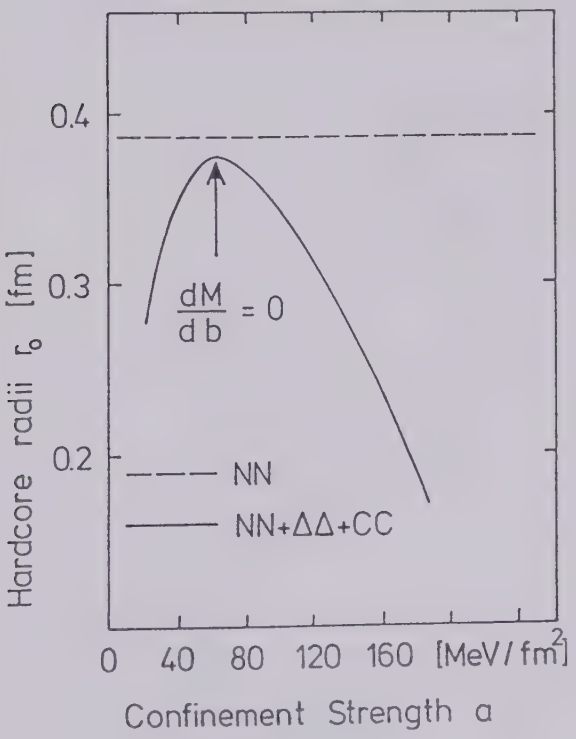
Figur (III.4)

zeigt die Relativ-Wellenfunktion bei $^3P$-Streuung. Der simultane Quark-Pion-Austausch beseitigt einen Knoten in der Nukleon-Nukleon-Wellenfunktion. Der Knoten weist auf einen Bindungszustand hin.



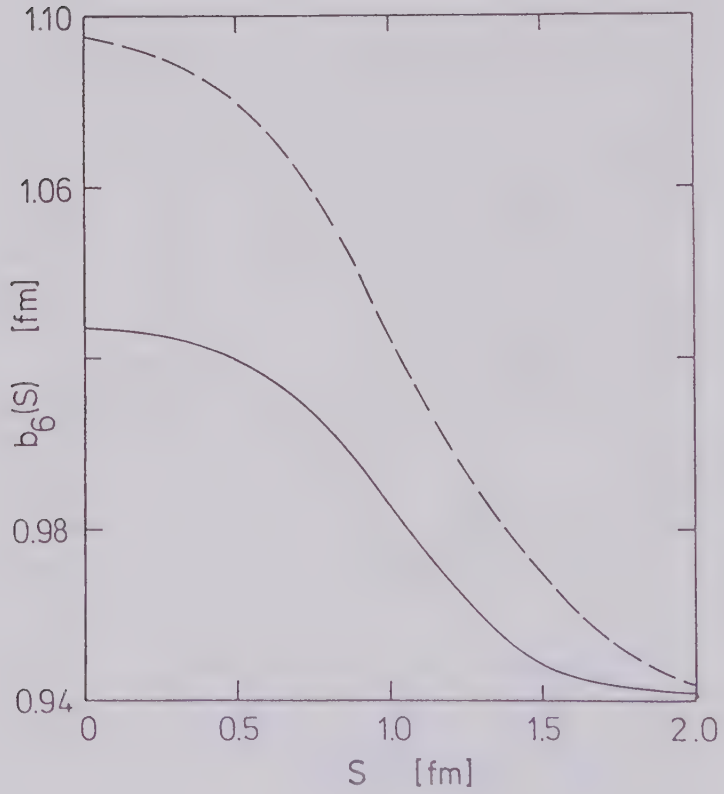
Figur (IV.1)

zeigt die Abhängigkeit des 'Hardcore'-Verhaltens von der Stabilität der Nukleonen. Der korrespondierende 'Hardcore'-Radius ist über der 'Confinement'-Stärke a eingetragen. Wir zeigen Ergebnisse für Ein- und Drei-Kanal-Rechnungen.



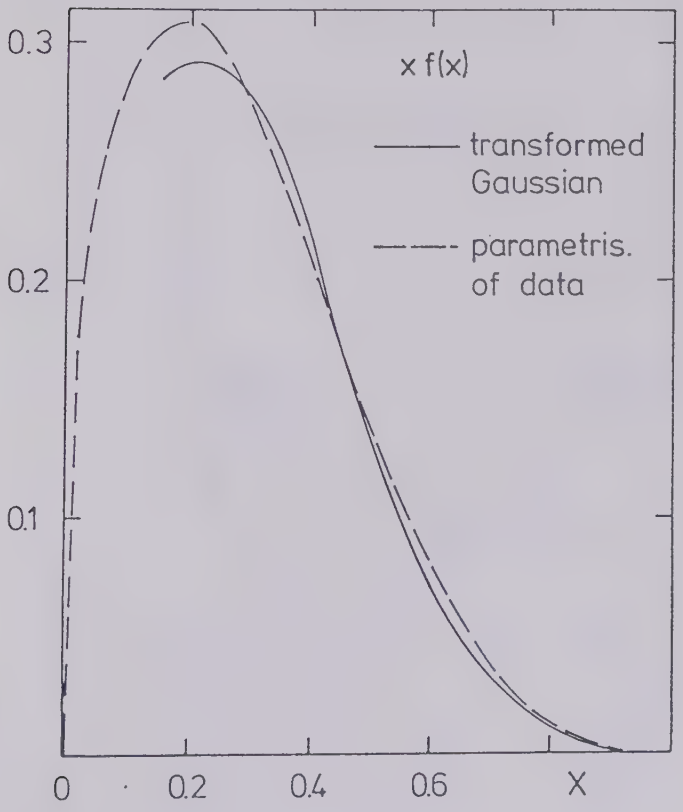
Figur (IV.2)

zeigt die Oszillatorlänge der Quarkwellenfunktion in Abhängigkeit vom Abstand S zweier Nukleonen. Die durchgezogene Kurve gilt bei quadratischen 'Confinement', die gestrichelte Kurve gilt bei linearem 'Confinement'.



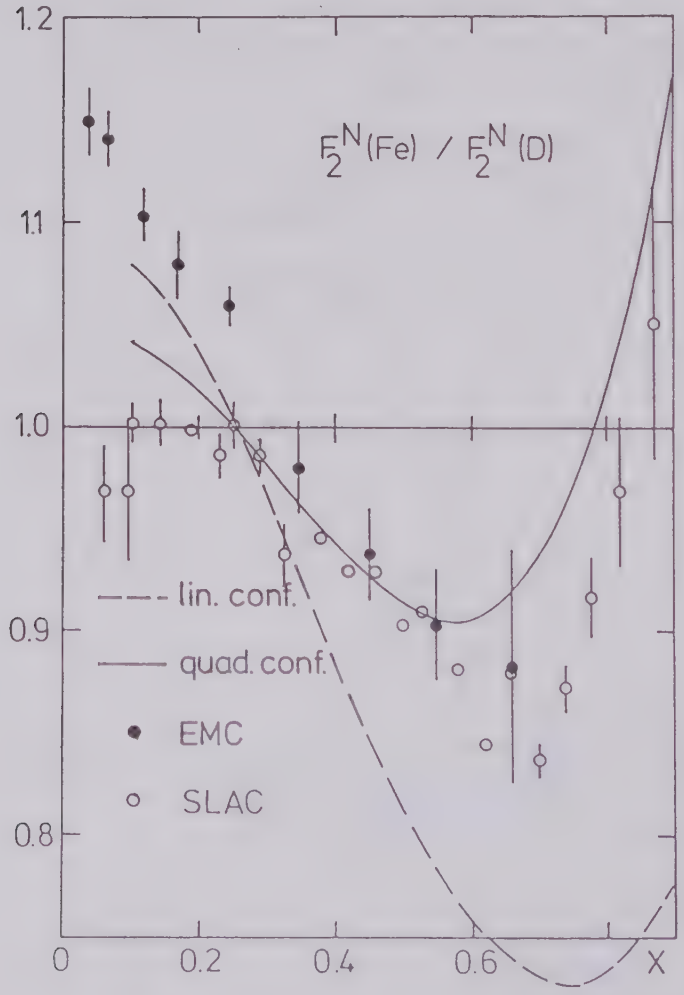
Figur (IV.3)

zeigt die Strukturfunktion eines freien Nukleons $F_2$ über der Skalenvariablen x. Die gestrichelte Linie stellt eine Parametrisierung des Experiments dar, während die durchgezogene Kurve theoretisch berechnet wurde.



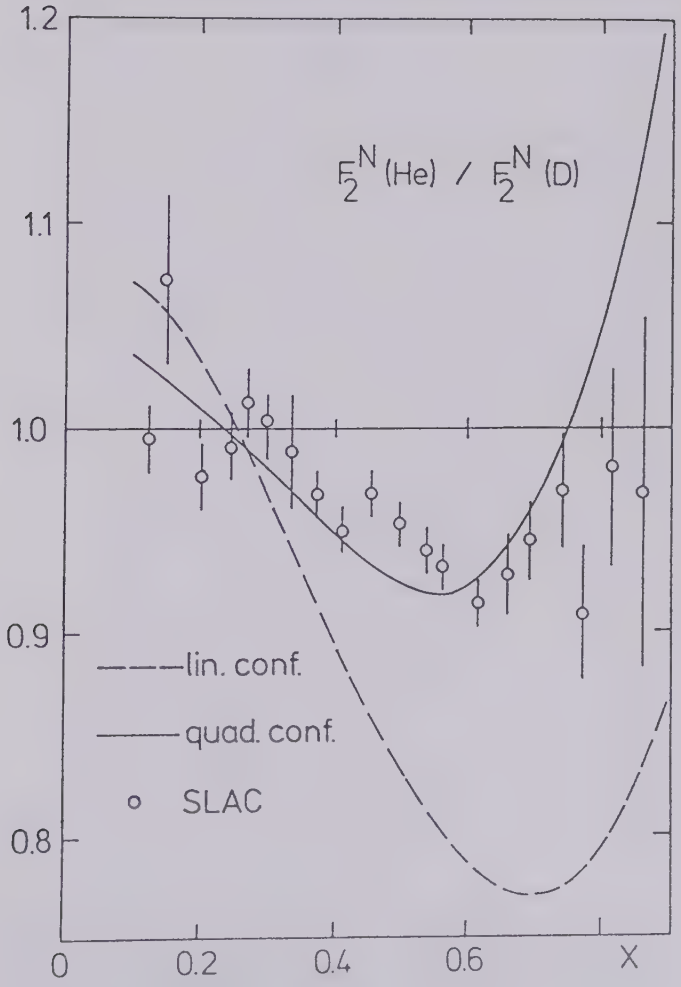
Figur (IV.4 a)

zeigt das Verhältnis der Strukturfunktion eines Nukleons in Eisen und im Deuteron. Die durchgezogene Linie zeigt das Ergebnis für quadratisches 'Confinement', die gestrichelte Kurve für lineares. Die Punkte geben die experimentellen Werte mit den Fehlerbalken an.



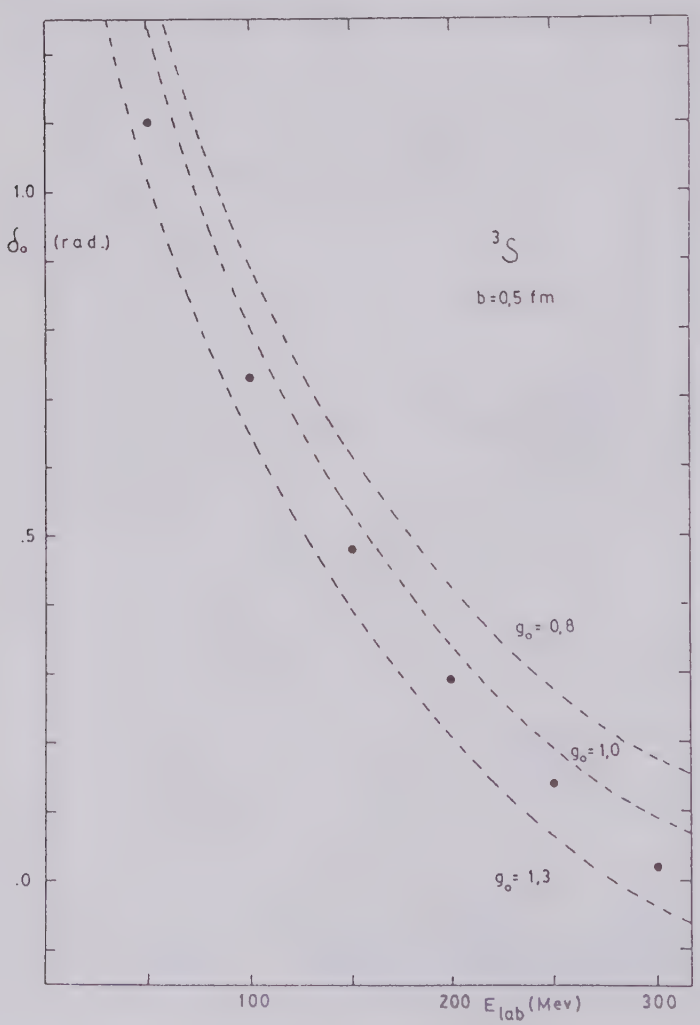
Figur (IV.4 b)

wie Figur (IV.4 a) aber für Helium anstatt Eisen.



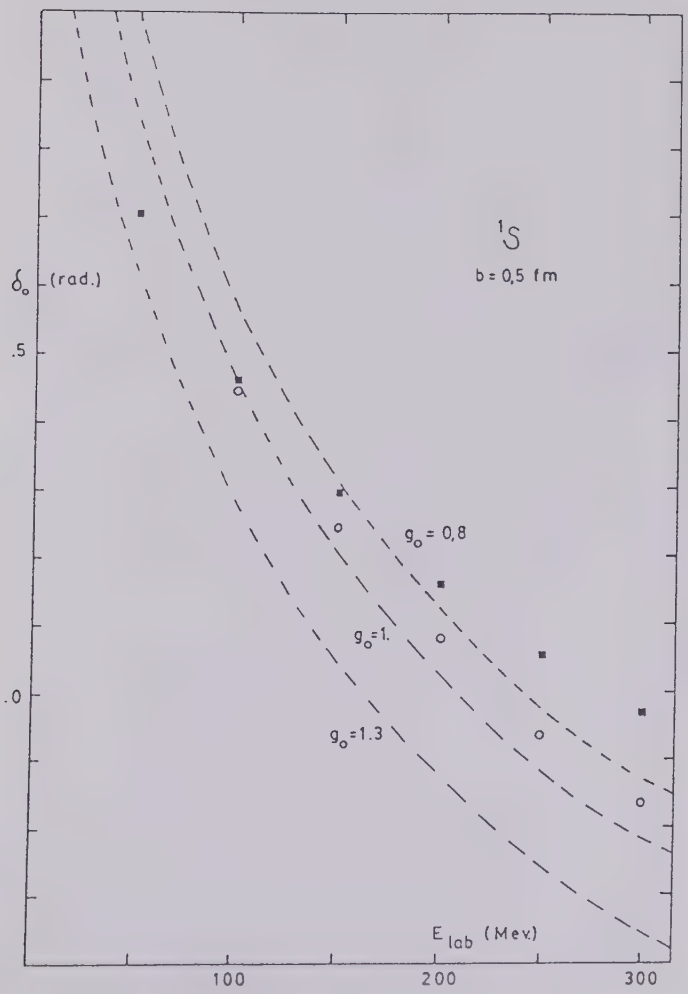
Figur (V.1 a)

zeigt $^3S$-Streuphasen über der Labor-Energie.
Die Kurven unterscheiden sich durch Kopplungskonstanten des ω-Mesons. $g_0 = 1$ entspricht dem 'Flavor'-$SU_3$ Wert für $g_{\omega NN}$. Die Kreise und Karos zeigen die experimentellen Werte.



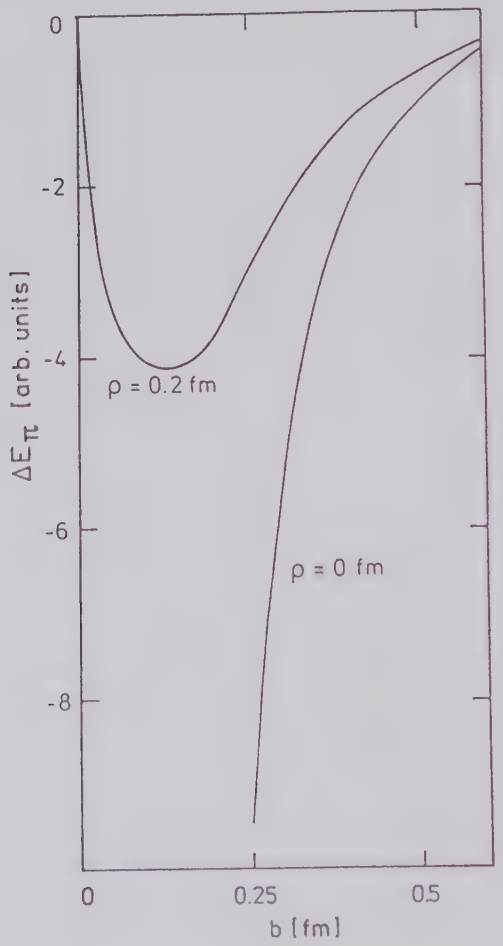
Figur (V.1 b)

zeigt die Figur (V.1 a) entsprechenden Ergebnisse für $^1S$-Streuung



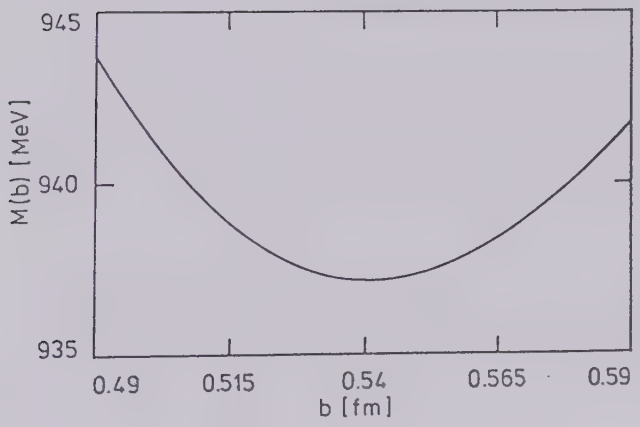
Figur (V.2 a)

zeigt die Abhängigkeit der Pionenwolken-Masse von der Oszillatorlänge b. Diese ist proportional zum Nukleonen-Radius. ρ ist die Oszillatorlänge des Pions. Für ρ = 0 fm sind die Pionen punktförmig.



Figur (V.2 b)

zeigt die Abhängigkeit der Nukleonen-Masse von der Oszillatorlänge des Nukleons. Bei Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung der Pionen kann ein stabiles Nukleon mit der richtigen Masse konstruiert werden.



## Lebenslauf:

Ich wurde am 16.2.1953 in Geislingen (Steige) als Sohn des Technikers Rudolf Bräuer und seiner Frau Helga, geb. Rosinger geboren.

Den ersten Teil meiner Schulzeit verbrachte ich in Geislingen und schloß sie im Frühjahr 1969 mit der Mittleren Reife ab. Anschließend wurde ich Polizeibeamter des Landes Baden/Württemberg. Im Juni 1973 beendete ich den Dienst als Streifenführer und Sachbearbeiter für Verkehrsunfall- und Anzeigen-Aufnahme, um an der Technischen Oberschule Ulm/Donau die Fachgebundene Hochschulreife zu erwerben. Das dauerte bis zum Juni 1976.

Im August 1976 heiratete ich dann Angelika Bräuer, geb. Korn und nahm gleichzeitig das Studium der Physik an der Universität Tübingen auf. Im Mai 1979 wurde mein Sohn Tobias und im Mai 1982 mein Sohn Benjamin geboren. Das Studium der Physik schloß ich dann im Dezember 1982 mit dem Diplom ab.

Unmittelbar danach begann ich unter der Leitung von Prof. Amand Fäßler am Institut für Theor. Physik der Uni Tübingen mit der Doktorarbeit. Das dauerte bis Dezember 1984. Während dieser Zeit war ich am selben Institut wissenschaftlicher Angestellter.

Während meines Physikstudiums und meiner Doktorandenzeit habe ich bei folgenden Hochschullehrern Vorlesungen, Seminare oder Praktika besucht: Baumann, Dähn, Dittrich, Ebert, Fäßler, Gönnenwein, Grosser, Jacobson, Jönnson, Kasper, Kramer, Krüger, Lichte, Lutz, Mack, Mertens, Möllenstedt, Müther, Oed, E.Schmid, K.W.Schmid, Schief, Schubring, Schwenk, Speidel, Staudt, Strähle, Stumpf, Wildermuth, Wolf.

Ich bin Mitautor folgender Veröffentlichungen:

1) 'The Quark Model and the Role of the Vector Meson Exchange on the Nucleon-Nucleon Interaction' Amand Faessler, F.Fernandez,K.Bräuer,K.Shimizu
   Abgeschickt an 'Nuclear Physics': 4.4.84
2) 'Finite Meson Size Effects in Nucleon-Nucleon Phase Shifts' G.L.Strobel, K.Bräuer, Amand Faessler, F.Fernandez
   Angenommen zur Publikation bei 'Nuclear Physics'
3) 'On One Pion Exchange Potential with Quark Exchange in the Resonating Group Method' K.Bräuer, Amand Faessler, F.Fernandez, K.Shimizu
   Angenommen zur Publikation bei 'Zeitschrift für Physik'
4) 'NN-Interaction and the Quark Model in the Frame of the Resonating Group Method'
   K.Bräuer Contribution to the 'IX Few Body Conference in Tbilisi'
5) 'The Quark Model and the ω-NN Coupling Constant' Amand Faessler, F.Fernandez, K.Shimizu, K.Bräuer
   Contribution to: Particles and Nuclei - Heidelberg 30.Juli - 3.August 1984
6) 'Quark Momentum Distribution in Nuclei' K.Bräuer, Amand Faessler, K.Wildermuth Contribution to: Particles and Nuclei- Heidelberg 30.Juli - 3.August 1984
7) 'Quark Momentum Distribution in Nuclei' K.Bräuer, Amand Faessler, K.Wildermuth
   Angenommen zur Publikation bei 'Nuclear Physics'
8) 'Quark-Gluon Exchange between Nucleons and the EMC-Effect' K.Bräuer, Beitrag zum 'International Workshop XIII' in Hirschegg, 13. - 19. Januar 1985

Vorträge außerhalb der Universität Tübingen:

1) 10.2.1983 'Die Nukleon-Antinukleon Wechselwirkung'
Kernforschungszentrum Karlsruhe

2) 28.3.1984 'Nucleon-Nucleon Scattering in the Quark Model'
Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Innsbruck 1984

3) 14.4.1984 'The Interaction of the Quarks and the EMC Effect'
Seminar in der Erice School: Nuclear and Subnuclear Degrees of Freedom and Lepton Nucleus Scattering 8. - 20.April 1984

4) 17.7.1984 'e,u - Kernwechselwirkung bei hohen Impulsüberträgen' Kernforschungszentrum Karlsruhe

5) 30.8.1984 'NN-Interaction and the Quark Model in the Frame of the Resonating Group Method'
Eingeladener Vortrag an der IX Few Body Conference in Tbilisi UdSSR

6) 7.11.1984 'Quark-Freiheitsgrade und die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung' Kolloquium am Institut für Kernphysik der Universität Mainz

7) 19.11.1984 'Quark-Freiheitsgrade und die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung' Kolloquium am Institut für Theoretische Physik der Universität Heidelberg

8) 3.12.1984 'Quark-Freiheitsgrade und die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung' Kolloquium am Institut für Theoretische Physik der Universität Erlangen

9) 16.1.1985 'Quark Gluon Exchange between Nucleons and the EMC-Effekt'
Vortrag beim 'International Workshop XIII' in Hirschegg 13. - 19. Januar 1985